



**Международная «Лига развития науки  
и образования» (Россия)  
Международная ассоциация развития науки,  
образования и культуры России (Италия)**



Частное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Институт управления»**

Экономический факультет  
Кафедра экономики

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
«ОСНОВЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ»  
ПО НАПРАВЛЕНИЮ ПОДГОТОВКИ  
38.03.01 ЭКОНОМИКА  
КВАЛИФИКАЦИЯ (СТЕПЕНЬ)  
«БАКАЛАВР»  
(очная и заочная формы обучения)**

Архангельск  
Институт управления  
2019

P 13  
ББК 22.1

Программа составлена доцентом кафедры информационных технологий, математики и гуманитарных дисциплин **И.Г. Смирновой** в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, утвержденного приказом Минобрнауки России от 12.11.2015 № 1327.

### **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА...:**

Одобрена кафедрой  
экономики  
Протокол № 9 от 15 мая 2019 г.  
Зав. кафедрой **С.Е. Жура**

Согласовано с кафедрой  
истории государства и права и гуманитарных дисциплин  
Протокол № 9 от 15 мая 2019 г.  
Зав. кафедрой **О. В. Чуракова**.

Рабочая программа обсуждена и утверждена на заседании научно-методического совета института.  
Протокол № 6 от 29 мая 2019 г.  
Председатель научно-методического совета профессор А. Н. Ежов.

P 13      **Рабочая** программа дисциплины «Основы высшей математики» по направлению подготовки 38.03.01 Экономика (квалификация (степень) «бакалавр») (очная и заочная формы обучения) / И. Г. Смирнова. – Архангельск : Институт управления, 2019. – 84 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель, задачи и место дисциплины / модуля в структуре ОП для бакалавра.....	4
2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине / модулю, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОП.....	4
3. Структура и содержание дисциплины / модуля по видам учебной и самостоятельной работы, соотношение тем и формируемых компетенций.....	5
3.1. Объем дисциплины / модуля в зачетных единицах с указанием академических часов по видам учебных занятий и самостоятельной работы обучающихся.....	5
3.2. Содержание дисциплины / модуля с указанием академических часов по видам учебных занятий и самостоятельной работы обучающихся, соотношение тем и формируемых компетенций ....	6
4. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине / модулю .....	19
5. Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины / модуля .....	19
6. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине / модулю, в том числе для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья .....	21
7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины / модуля .....	21
8. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине / модулю .....	22
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» .....	22
10. Перечень информационных технологий, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.....	22
11. Приложение.....	23

## 1. Цель, задачи и место дисциплины / модуля в структуре ОП для бакалавра

*Цель* изучения дисциплины – получение фундаментальных знаний и формирование основных навыков по математике, необходимых для решения задач, возникающих в практической деятельности.

*Задачи* изучения дисциплины:

- формирование представления о месте и роли математики в современном мире;
- формирование системы основных понятий, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов, и раскрытие взаимосвязи этих понятий;
- ознакомление обучающихся с элементами математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических задач;
- освоение основных приемов решения задач по разделам дисциплины;
- ознакомление обучающихся с методами математического исследования прикладных вопросов;
- формирование навыков самостоятельного изучения специальной литературы;
- развитие логического мышления, навыков математического исследования явлений и процессов, связанных с профессиональной деятельностью;
- формирование навыков самостоятельной работы, организации исследовательской работы.

Дисциплина «Основы высшей математики» входит в базовую часть учебного плана, утвержденного в соответствии с ФГОС ВО по направлению 38.03.01 «Экономика» (квалификация (степень) «бакалавр»).

Изучение дисциплины базируется на знаниях, приобретенных обучающимися при изучении школьного курса математики.

Дисциплина «Основы высшей математики» изучается на первом году обучения и является базовым теоретическим и практическим основанием для всех последующих математических и профессиональных дисциплин, использующих соответствующие количественные методы.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине / модулю, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОП

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

*общепрофессиональных:*

- способность выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы (ОПК-3).

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

*Знать:*

- основные понятия математики, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов, и раскрытие взаимосвязи этих понятий;
- основы проведения научных исследований, основы обработки, анализа и интерпретации результатов в исследованиях;
- инструментальные средства, необходимые для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализа результатов расчетов и обоснования полученных выводов.

*Уметь:*

- работать с научной литературой и другими источниками научно-технической информации: правильно читать математические символы; воспринимать и осмысливать информацию, содержащую математические термины;
- работать с научной литературой и другими источниками научно-технической информации: правильно понимать смысл текстов, описывающих математические методы и модели в профессиональной сфере;
- выбирать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы.

*Владеть:*

- навыками применения базового инструментария математики для решения теоретических и практических задач;
- навыками работы с математическими методами и моделями в рамках своей профессиональной деятельности;
- методами обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализа результатов расчетов и обоснования полученных выводов.

### **3. Структура и содержание дисциплины / модуля по видам учебной и самостоятельной работы, соотношение тем и формируемых компетенций**

#### **3.1. Объем дисциплины / модуля в зачетных единицах с указанием академических часов по видам учебных занятий и самостоятельной работы обучающихся**

Виды учебной работы		Объем дисциплины	
		очное отделение	заочное отделение
Общая трудоемкость дисциплины	В зачетных единицах	<b>9</b>	<b>9</b>
	В часах	<b>324</b>	<b>324</b>
<b>Контактная работа (в часах):</b>		<b>162</b>	<b>34</b>
Лекции (Л)		56	8
Практические занятия (ПЗ)		88	14
Контролируемая самостоятельная работа (КСР)		18	12
<b>Самостоятельная работа (СРС) (в часах):</b>		<b>126</b>	<b>281</b>
Подготовка к экзамену		<b>36</b>	<b>9</b>
Формы промежуточного контроля по дисциплине		Зачет	<i>Контрольная работа</i>
Форма итогового контроля по дисциплине		Экзамен	Экзамен

**3.2. Содержание дисциплины / модуля с указанием академических часов по видам учебных занятий и самостоятельной работы обучающихся, соотношение тем и формируемых компетенций**

Наименование раздела	Аннотация раздела	Бюджет учебного времени, ч								Коды компетенций	Этапы формирования компетенции
		Очная форма обучения				Заочная форма обучения					
		Л	ПЗ	КСР	СРС	Л	ПЗ	КСР	СРС		
<b>Раздел 1.</b> Элементы линейной и векторной алгебры	<p>Понятие определителя. Свойства определителей. Миноры, алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам строки и столбца. Понятие матрицы. Виды матриц. Операции над матрицами. Понятие обратной матрицы. Алгоритм вычисления обратной матрицы. Понятие ранга матрицы. Понятие системы линейных уравнений. Исследование систем линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Метод полного исключения неизвестных Жордана-Гаусса. Понятие вектора. Действия над векторами. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов.</p>	4	8	2	14	1	1	2	30	ОПК-3	<p><i>Знать:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– понятие матрицы, классификацию матриц, математические действия с матрицами и их свойства;</li> <li>– понятие определителя, свойства определителей, теорему и формулы Крамера, теорему о разложении определителя по элементам строк;</li> <li>– теорему об обратной матрице, алгоритм решения СЛУ матричным методом, методом Гаусса;</li> <li>– понятие матричного уравнения;</li> <li>– понятие вектора, математические действия над векторами, скалярное, векторное и смешанное произведение векторов, свойства произведений.</li> </ul> <p><i>Уметь:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять математические действия над матрицами;</li> <li>– вычислять определители 2, 3 и высших порядков;</li> <li>– применять определители при решении СЛУ;</li> <li>– находить обратную матрицу;</li> <li>– находить координаты вектора и его длину; скалярное, векторное и смешанное произведение векторов;</li> <li>– доказывать компланарность</li> </ul>

Наименование раздела	Аннотация раздела	Бюджет учебного времени, ч								Коды компетенций	Этапы формирования компетенции
		Очная форма обучения				Заочная форма обучения					
		Л	ПЗ	КСР	СРС	Л	ПЗ	КСР	СРС		
											векторов; –рассчитывать площадь параллелограмма, построенного на векторах; объем параллелепипеда, построенного на векторах. <i>Владеть:</i> –навыками применения основ линейной и векторной алгебры для решения практических задач.
	<p><i>Вид практического занятия</i> – Решение разноуровневых заданий и задач</p> <p><i>Содержание занятия:</i> Вычисление определителей второго, третьего, высших порядков. Различные операции над матрицами. Нахождение обратной матрицы. Нахождение ранга матрицы. Решение систем линейных уравнений методами: Крамера, обратной матрицы, Гаусса, Жордана – Гаусса.</p> <p><i>Задания:</i> см. ОС<sup>1</sup> №2 «Комплект разноуровневых заданий и задач для проведения практических занятий», раздел «Элементы линейной и векторной алгебры»</p> <p><i>Перечень рекомендованной литературы для подготовки:</i>            Основной: 1,2,3, 4            Дополнительный: 5-8</p>										
	<p><i>Задание для самостоятельной работы:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий; ответы на теоретические вопросы по разделу;</li> <li>– подготовка к практическим занятиям - включает чтение профессиональной литературы, решение разноуровневых задач и заданий;</li> <li>– подготовка к контролируемой самостоятельной работе - включает решение разноуровневых задач и заданий.</li> </ul> <p><i>Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся:</i>            Основной: 1,2,3, 4            Дополнительный: 5-8</p>										
	<p><i>Форма контроля (в соответствии с Фондом оценочных средств):</i></p> <p>1. Оценка результатов практических работ (ОС №2 «Комплект разноуровневых заданий и задач для проведения практических занятий», раздел «Элементы линейной и векторной алгебры»)</p>										

<sup>1</sup> ОС – оценочное средство (см. Перечень оценочных средств по дисциплине)

Наименование раздела	Аннотация раздела	Бюджет учебного времени, ч								Коды компетенций	Этапы формирования компетенции
		Очная форма обучения				Заочная форма обучения					
		Л	ПЗ	КСР	СРС	Л	ПЗ	КСР	СРС		
	2. Собеседование (ОС №1 «Перечень вопросов для собеседования», раздел «Элементы линейной и векторной алгебры») 3. Контролируемая самостоятельная работа										
<b>Раздел 2.</b> Элементы аналитической геометрии	Прямоугольная система координат на плоскости. Уравнение линии. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой. Кривые второго порядка. Различные уравнения плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Различные уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости, двух прямых в пространстве. Поверхности второго порядка.	4	8	2	14	1	1		30	ОПК-3	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– уравнения прямой на плоскости;</li> <li>– условие перпендикулярности (параллельности) прямых;</li> <li>– виды кривых второго порядка;</li> <li>– уравнения прямой в пространстве;</li> <li>– уравнения плоскости;</li> <li>– виды поверхностей второго порядка.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– преобразовывать уравнения прямой и плоскости от одной записи к другой;</li> <li>– доказывать параллельность (перпендикулярность) прямых;</li> <li>– рассчитывать расстояние от точки до прямой на плоскости и в пространстве.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками построения прямых на плоскости, заданных различными уравнениями;</li> <li>– навыками построения кривых второго порядка;</li> <li>– навыками построения поверхностей второго порядка.</li> </ul>
	<p><i>Вид практического занятия</i> – Решение разноуровневых заданий и задач</p> <p><i>Содержание занятия:</i> Записи различных уравнений прямых на плоскости и в пространстве. Записи различных уравнений плоскости. Построение кривых и поверхностей второго порядка.</p> <p><i>Задания:</i> см. ОС №2 «Комплект разноуровневых заданий и задач для проведения практических занятий», раздел «Элементы аналитической</p>										



Наименование раздела	Аннотация раздела	Бюджет учебного времени, ч								Коды компетенций	Этапы формирования компетенции
		Очная форма обучения				Заочная форма обучения					
		Л	ПЗ	КСР	СРС	Л	ПЗ	КСР	СРС		
	<p>геометрии»  <i>Перечень рекомендованной литературы для подготовки:</i>            Основной: 1,2,3, 4            Дополнительный: 5-8</p> <p><i>Задание для самостоятельной работы:</i>            – проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий; ответы на теоретические вопросы по разделу;            – подготовка к практическим занятиям - включает чтение профессиональной литературы, решение разноуровневых задач и заданий;            – подготовка к контролируемой самостоятельной работе - включает решение разноуровневых задач и заданий.  <i>Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся:</i>            Основной: 1,2,3, 4            Дополнительный: 5-8</p> <p><i>Форма контроля (в соответствии с Фондом оценочных средств):</i>            1. Оценка результатов практических работ (ОС №2 «Комплект разноуровневых заданий и задач для проведения практических занятий», раздел «Элементы аналитической геометрии»)            2. Собеседование (ОС №1 «Перечень вопросов для собеседования», раздел «Элементы аналитической геометрии»)            3. Контролируемая самостоятельная работа</p>										
<p><b>Раздел 3.</b> Введение в математический анализ. Предел и непрерывность функции одной переменной</p>	<p>Предмет математического анализа и его роль в экономической теории. Числовые функции и способы их задания. Свойства функций. Основные элементарные функции и их графики. Применение функций в экономике. Предел функции одной переменной. Односторонние и двусторонние пределы. Бесконечно малые (бесконечно большие) величины и их связь с пределами функций. Функции одной переменной, не имеющие предела в точке и на бесконечности. Свойства операции предельного перехода. Предельный переход в сложной функции. Первый и второй замечательные пределы. Непрерывность функции в точке и на множестве. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва и их классификация. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность</p>	6	10	2	16	1	2	2	36	ОПК-3	<p><i>Знать:</i>            – понятие функции одной действительной переменной и числовых последовательностей;            – определение и свойства пределов;            – основные методы вычислений пределов;            – понятие непрерывности и ее свойства;            – основные теоремы о непрерывных функциях.  <i>Уметь:</i>            – вычислять пределы последовательностей и функций;            – проверять непрерывность</p>

Наименование раздела	Аннотация раздела	Бюджет учебного времени, ч								Коды компетенций	Этапы формирования компетенции	
		Очная форма обучения				Заочная форма обучения						
		Л	ПЗ	КСР	СРС	Л	ПЗ	КСР	СРС			
	основных элементарных функций. Непрерывность сложной функции.											функций; <i>Владеть:</i> – навыками применения теории пределов для решения практических задач.
	<p><i>Вид практического занятия</i> – Решение разноуровневых заданий и задач  <i>Содержание занятия:</i> Определение области определения, области значения функции. Нахождение периодов функции. Установление четности и нечетности функций. Преобразование графиков. Вычисление пределов функции в точке и бесконечности. Исследование функций на непрерывность.  <i>Задания:</i> см. ОС №2 «Комплект разноуровневых заданий и задач для проведения практических занятий», раздел «Введение в математический анализ. Предел и непрерывность функции одной переменной»  <i>Перечень рекомендованной литературы для подготовки:</i>  Основной: 1,2,3, 4  Дополнительный: 5-8</p> <p><i>Задание для самостоятельной работы:</i>  – проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий; ответы на теоретические вопросы по разделу;  – подготовка к практическим занятиям - включает чтение профессиональной литературы, решение разноуровневых задач и заданий;  – подготовка к контролируемой самостоятельной работе - включает решение разноуровневых задач и заданий.  <i>Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся:</i>  Основной: 1,2,3, 4  Дополнительный: 5-8</p> <p><i>Форма контроля (в соответствии с Фондом оценочных средств):</i>  1. Оценка результатов практических работ (ОС №2 «Комплект разноуровневых заданий и задач для проведения практических занятий», раздел «Введение в математический анализ. Предел и непрерывность функции одной переменной»)  2. Собеседование (ОС №1 «Перечень вопросов для собеседования», раздел «Введение в математический анализ. Предел и непрерывность функции одной переменной»)  3. Контролируемая самостоятельная работа</p>											
<b>Раздел 4.</b> Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Понятие производной функции одной переменной. Геометрическая и экономическая интерпретации производной. Понятие дифференцируемой функции. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Связь непрерывности и дифференцируемости функции	10	14	4	18	1	2	2	36	ОПК-3	<i>Знать:</i> – понятия производной и дифференциала и их свойства; – методы нахождения экстремумов; – методы приближенных	

Наименование раздела	Аннотация раздела	Бюджет учебного времени, ч								Коды компетенций	Этапы формирования компетенции
		Очная форма обучения				Заочная форма обучения					
		Л	ПЗ	КСР	СРС	Л	ПЗ	КСР	СРС		
	<p>одной переменной. Производная суммы, произведения, частного, сложной и обратной функции. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Производные основных элементарных функций. Понятие дифференциала функции одной переменной. Геометрическая интерпретация дифференциала. Свойства дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков функции одной переменной и их свойства. Иллюстрация экономического смысла второй производной. Возрастание и убывание функции на интервале. Экстремум, наибольшее и наименьшее значение функции одной переменной на интервале. Выпуклость, точки перегиба кривой. Асимптоты. Исследование функции одной переменной с использованием первой и второй производных и построение ее графика.</p>										<p>вычислений; – методы исследования функций и построения их графиков. <b>Уметь:</b> – вычислять производные и дифференциалы различных функций; – находить экстремумы функций; – строить графики функций. <b>Владеть:</b> – навыками использования дифференциального исчисления для решения практических задач.</p>
	<p><i>Вид практического занятия</i> – Решение разноуровневых заданий и задач <i>Содержание занятия:</i> Вычисление производных функций заданных в явном виде, неявном виде, параметрически, логарифмическая производная. Вычисление дифференциалов функций. Исследование функций на монотонность, выпуклость, вогнутость. Построение графиков функции. <i>Задания:</i> см. ОС №2 «Комплект разноуровневых заданий и задач для проведения практических занятий», раздел «Дифференциальное исчисление функции одной переменной» <i>Перечень рекомендованной литературы для подготовки:</i> Основной: 1,2,3, 4 Дополнительный: 5-8</p> <p><i>Задание для самостоятельной работы:</i> – проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий; ответы на теоретические вопросы по разделу; – подготовка к практическим занятиям - включает чтение профессиональной литературы, решение разноуровневых задач и заданий; – подготовка к контролируемой самостоятельной работе - включает решение разноуровневых задач и заданий. <i>Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся:</i> Основной: 1,2,3, 4</p>										

Наименование раздела	Аннотация раздела	Бюджет учебного времени, ч								Коды компетенций	Этапы формирования компетенции
		Очная форма обучения				Заочная форма обучения					
		Л	ПЗ	КСР	СРС	Л	ПЗ	КСР	СРС		
	Дополнительный: 5-8										
	<p><i>Форма контроля (в соответствии с Фондом оценочных средств):</i></p> <p>1. Оценка результатов практических работ (ОС №2 «Комплект разноуровневых заданий и задач для проведения практических занятий», раздел «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»)</p> <p>2. Собеседование (ОС №1 «Перечень вопросов для собеседования», раздел «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»)</p> <p>3. Контролируемая самостоятельная работа</p>										
<b>Раздел 5. Функции нескольких переменных (ФНП)</b>	<p>Функции двух переменных. Понятие о множестве (линии) уровня функции двух переменных. Карта множеств уровня функции двух переменных, взаимное расположение линии уровня функции двух переменных. Обобщение на случай функций нескольких переменных. Экономические иллюстрации (функции спроса и предложения, функция полезности, производственная функция). Предел функции нескольких переменных. Арифметические операции над функциями, имеющими конечные предельные значения. Предел функции по направлению. Повторные предельные значения. Теорема о существовании повторного предела. Непрерывность функции нескольких переменных в точке и на множестве. Точки непрерывности и точки разрыва функции. Непрерывность функции в точке и по направлению. Взаимосвязь между непрерывностью функции по совокупности переменных и по каждому отдельному направлению. Арифметические операции над непрерывными функциями. Понятие о сложной функции. Непрерывность сложной функции. Теоремы Вейерштрасса и Больцано-Коши. Равномерная непрерывность. Частные производные и частные дифференциалы. Градиент ФНП. Дифференцируемость ФНП. Главная линейная часть приращения ФНП. Полный дифференциал ФНП. Достаточное условие дифференцируемости ФНП.</p>	6	10	2	16	1	2	2	36	ОПК-3	<p><i>Знать:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.</li> </ul> <p><i>Уметь:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– вычислять предел функции нескольких переменных;</li> <li>– находить частные производные и дифференциалы.</li> </ul> <p><i>Владеть:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками использования функций нескольких переменных для решения практических задач.</li> </ul>

Наименование раздела	Аннотация раздела	Бюджет учебного времени, ч								Коды компетенций	Этапы формирования компетенции
		Очная форма обучения				Заочная форма обучения					
		Л	ПЗ	КСР	СРС	Л	ПЗ	КСР	СРС		
	Геометрическая и экономическая интерпретация частных производных. Эластичности. Касательная плоскость к графику ФНП. Дифференцируемость сложных ФНП. Инвариантность формы дифференциала ФНП. Однородные функции. Теорема Эйлера об однородных функциях и ее применение в экономической теории. Производная по направлению. Ортогональность градиента и множества уровня ФНП в точке ее дифференцируемости. Частные производные и дифференциалы порядка выше первого. Теорема о равенстве смешанных частных производных. Формула Тейлора для функций нескольких переменных.										
	<p><i>Вид практического занятия</i> – Решение разноуровневых заданий и задач</p> <p><i>Содержание занятия:</i> Нахождение полного дифференциала <math>dz</math>, <math>\text{grad } z</math> в точке <math>A</math>, производной в точке <math>A</math> по направлению вектора <math>\vec{a}</math>. Использование дифференциала для приближенных вычислений.</p> <p><i>Задания:</i> см. ОС №2 «Комплект разноуровневых заданий и задач для проведения практических занятий», раздел «Функции нескольких переменных»</p> <p><i>Перечень рекомендованной литературы для подготовки:</i>  Основной: 1,2,3, 4  Дополнительный: 5-8</p>										
	<p><i>Задание для самостоятельной работы:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий; ответы на теоретические вопросы по разделу;</li> <li>– подготовка к практическим занятиям - включает чтение профессиональной литературы, решение разноуровневых задач и заданий;</li> <li>– подготовка к контролируемой самостоятельной работе - включает решение разноуровневых задач и заданий.</li> </ul> <p><i>Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся:</i>  Основной: 1,2,3, 4  Дополнительный: 5-8</p>										
	<p><i>Форма контроля (в соответствии с Фондом оценочных средств):</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Оценка результатов практических работ (ОС №2 «Комплект разноуровневых заданий и задач для проведения практических занятий», раздел «Функции нескольких переменных»)</li> <li>2. Собеседование (ОС №1 «Перечень вопросов для собеседования», раздел «Функции нескольких переменных»)</li> </ol>										

Наименование раздела	Аннотация раздела	Бюджет учебного времени, ч								Коды компетенций	Этапы формирования компетенции
		Очная форма обучения				Заочная форма обучения					
		Л	ПЗ	КСР	СРС	Л	ПЗ	КСР	СРС		
3. Контролируемая самостоятельная работа											
Раздел 6. Интегральное исчисление	<p>Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Интегралы от основных элементарных функций. Метод замены переменной. Метод интегрирования по частям. Интегрирование простейших рациональных дробей. Интегрирование некоторых видов иррациональностей. Интегрирование тригонометрических функций.</p> <p>Понятие определенного интеграла, его геометрический смысл. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и формула интегрирования по частям в определенном интеграле. Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы.</p> <p>Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов. Признаки сходимости.</p>	10	14	2	16	1	2	2	36	ОПК-3	<p><i>Знать:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– понятие интеграла;</li> <li>– виды интегралов;</li> <li>– свойства интегралов;</li> <li>– методы вычисления интегралов</li> </ul> <p><i>Уметь:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– вычислять интегралы от различных функций;</li> <li>– находить физические и геометрические характеристики тел и фигур при помощи интегралов.</li> </ul> <p><i>Владеть:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками применения интегрального исчисления для решения практических задач.</li> </ul>
<p><i>Вид практического занятия</i> – Решение разноуровневых заданий и задач</p> <p><i>Содержание занятия:</i> Вычисление неопределенных интегралов, определенных интегралов. Применение интегралов в геометрии, экономике и т.д.</p> <p><i>Задания:</i> см. ОС №2 «Комплект разноуровневых заданий и задач для проведения практических занятий», раздел «Интегральное исчисление»</p> <p><i>Перечень рекомендованной литературы для подготовки:</i></p> <p>Основной: 1,2,3, 4</p> <p>Дополнительный: 5-8</p>											
<p><i>Задание для самостоятельной работы:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий; ответы на теоретические вопросы по разделу;</li> <li>– подготовка к практическим занятиям - включает чтение профессиональной литературы, решение разноуровневых задач и заданий;</li> <li>– подготовка к контролируемой самостоятельной работе - включает решение разноуровневых задач и заданий.</li> </ul> <p><i>Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся:</i></p> <p>Основной: 1,2,3, 4</p> <p>Дополнительный: 5-8</p>											

Наименование раздела	Аннотация раздела	Бюджет учебного времени, ч								Коды компетенций	Этапы формирования компетенции
		Очная форма обучения				Заочная форма обучения					
		Л	ПЗ	КСР	СРС	Л	ПЗ	КСР	СРС		
	<p><i>Форма контроля (в соответствии с Фондом оценочных средств):</i></p> <p>1. Оценка результатов практических работ (ОС №2 «Комплект разноуровневых заданий и задач для проведения практических занятий», раздел «Интегральное исчисление»)</p> <p>2. Собеседование (ОС №1 «Перечень вопросов для собеседования», раздел «Интегральное исчисление»)</p> <p>3. Контролируемая самостоятельная работа</p>										
<b>Раздел 7. Числовые, функциональные и степенные ряды</b>	<p>Понятие о числовых рядах. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Необходимое условие сходимости ряда. Признаки сходимости для знакопостоянных и знакопеременных рядов. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов.</p> <p>Функциональные ряды. Сходимость и равномерная сходимость функционального ряда. Непрерывность суммы функционального ряда, почленное дифференцирование и интегрирование функциональных рядов. Степенные ряды. Промежуток и радиус сходимости степенного ряда. Формула для вычисления радиуса сходимости. Понятие ряда Тейлора и аналитической функции. Пример бесконечно дифференцируемой функции, не являющейся аналитической. Приближенные вычисления с помощью рядов Тейлора.</p>	8	12	2	16	1	2		36	ОПК-3	<p><i>Знать:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– понятия числового и функционального ряда;</li> <li>– признаки сходимости рядов;</li> <li>– ряды Тейлора;</li> <li>– приложения рядов.</li> </ul> <p><i>Уметь:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– раскладывать функции в ряд Тейлора;</li> <li>– использовать разложение в ряд для приближенных вычислений.</li> </ul> <p><i>Владеть:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками применения теории рядов в практической деятельности.</li> </ul>
	<p><i>Вид практического занятия – Решение разноуровневых заданий и задач</i></p> <p><i>Содержание занятия:</i> Проверка ряда на сходимость. Разложение функций в ряд Тейлора и Маклорена. Нахождение радиуса и интервала сходимости степенного ряда.</p> <p><i>Задания:</i> см. ОС №2 «Комплект разноуровневых заданий и задач для проведения практических занятий», раздел «Числовые, функциональные и степенные ряды»)</p> <p><i>Перечень рекомендованной литературы для подготовки:</i></p> <p>Основной: 1,2,3, 4</p> <p>Дополнительный: 5-8</p>										
	<p><i>Задание для самостоятельной работы:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий; ответы на теоретические вопросы по разделу;</li> <li>– подготовка к практическим занятиям - включает чтение профессиональной литературы, решение разноуровневых задач и заданий;</li> </ul>										

Наименование раздела	Аннотация раздела	Бюджет учебного времени, ч								Коды компетенций	Этапы формирования компетенции
		Очная форма обучения				Заочная форма обучения					
		Л	ПЗ	КСР	СРС	Л	ПЗ	КСР	СРС		
	<p>– подготовка к контролируемой самостоятельной работе - включает решение разноуровневых задач и заданий. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся: Основной: 1,2,3, 4 Дополнительный: 5-8</p> <p><i>Форма контроля (в соответствии с Фондом оценочных средств):</i> 1. Оценка результатов практических работ (ОС №2 «Комплект разноуровневых заданий и задач для проведения практических занятий», раздел «Числовые, функциональные и степенные ряды») 2. Собеседование (ОС №1 «Перечень вопросов для собеседования», раздел «Числовые, функциональные и степенные ряды») 3. Контролируемая самостоятельная работа</p>										
<b>Раздел 8.</b> Дифференциальные уравнения	<p>Дифференциальные уравнения первого порядка. Геометрический смысл решения. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Линейные дифференциальные уравнения: однородные и неоднородные. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие снижение порядка. Применение дифференциальных уравнений в экономических исследованиях. Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков.</p>	8	12	2	16	1	2	2	41	ОПК-3	<p><i>Знать:</i> – понятие обыкновенного дифференциального уравнения; – виды дифференциальных уравнений; – способы решения дифференциальных уравнений. <i>Уметь:</i> – решать дифференциальные уравнения <i>Владеть:</i> – навыками использования теории дифференциальных уравнений в практической деятельности.</p>
	<p><i>Вид практического занятия</i> – Решение разноуровневых заданий и задач <i>Содержание занятия:</i> Решение дифференциальных уравнений различных типов. Решение систем дифференциальных уравнений. <i>Задания:</i> см. ОС №2 «Комплект разноуровневых заданий и задач для проведения практических занятий», раздел «Дифференциальные уравнения» <i>Перечень рекомендованной литературы для подготовки:</i> Основной: 1,2,3, 4 Дополнительный: 5-8</p> <p><i>Задание для самостоятельной работы:</i> – проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий; ответы на теоретические вопросы по разделу;</p>										



Наименование раздела	Аннотация раздела	Бюджет учебного времени, ч								Коды компетенций	Этапы формирования компетенции
		Очная форма обучения				Заочная форма обучения					
		Л	ПЗ	КСР	СРС	Л	ПЗ	КСР	СРС		
	<p>– подготовка к практическим занятиям - включает чтение профессиональной литературы, решение разноуровневых задач и заданий;</p> <p>– подготовка к контролируемой самостоятельной работе - включает решение разноуровневых задач и заданий.</p> <p><i>Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся:</i></p> <p>Основной: 1,2,3, 4</p> <p>Дополнительный: 5-8</p>										
	<p><i>Форма контроля (в соответствии с Фондом оценочных средств):</i></p> <p>1. Оценка результатов практических работ (ОС №2 «Комплект разноуровневых заданий и задач для проведения практических занятий», раздел «Дифференциальные уравнения»)</p> <p>2. Собеседование (ОС №1 «Перечень вопросов для собеседования», раздел «Дифференциальные уравнения»)</p> <p>3. Контролируемая самостоятельная работа</p> <p>4. Эссе (ОС№3 «Темы эссе (рефератов, докладов, сообщений)»)</p> <p>5. Творческий проект (ОС№4 «Темы групповых творческих заданий/проектов»)</p> <p>6. Итоговая контрольная работа (ОС №5 «Комплект заданий для итоговой контрольной работы»)</p> <p>7. Компьютерное тестирование (ОС№6 «Перечень вопросов для реализации компьютерного тестирования»)</p> <p>8. Экзамен (ОС №7 «Вопросы к экзамену»)</p>										
<b>Экзамен</b>					36				9		
	<b>Всего:</b>	<b>56</b>	<b>88</b>	<b>18</b>	<b>126</b>	<b>8</b>	<b>14</b>	<b>12</b>	<b>281</b>		

#### **4. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине / модулю**

Фонд оценочных средств – комплект методических материалов, нормирующих процедуры оценивания результатов обучения, т.е. установления соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям образовательных программ, рабочих программ дисциплин / модулей.

ФОС как система оценивания содержит:

- Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы;
  - Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования. Шкала оценивания сформированности компетенции;
  - Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы;
  - Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.
- ФОС оформлен как Приложение к рабочей программе дисциплины.

#### **5. Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины / модуля**

*Методические рекомендации при работе над конспектом во время проведения лекции*

В ходе лекционных занятий необходимо вести конспектирование учебного материала. Общие и утвердившиеся в практике правила и приемы конспектирования лекций:

- Конспектирование лекций ведется в специально отведенной для этого тетради, каждый лист которой должен иметь поля, на которых делаются пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.
- Необходимо записывать тему и план лекций, рекомендуемую литературу к теме. Записи разделов лекции должны иметь заголовки, подзаголовки, красные строки. Для выделения разделов, выводов, определений, основных идей можно использовать цветные карандаши и фломастеры.
- Названные в лекции ссылки на первоисточники надо пометить на полях, чтобы при самостоятельной работе найти и вписать их.
- В конспекте дословно записываются определения понятий, категорий и законов. Остальное должно быть записано своими словами.
- Каждому обучающемуся необходимо выработать и использовать допустимые сокращения наиболее распространенных терминов и понятий.
- В конспект следует заносить всё, что преподаватель пишет на доске, а также рекомендуемые схемы, таблицы, диаграммы и т.д.

*Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям*

Целью практических занятий является углубление и закрепление теоретических знаний, полученных обучающимися на лекциях и в процессе самостоятельного изучения учебного материала, а, следовательно, формирование у них определенных умений и навыков.

В ходе подготовки к практическому занятию необходимо прочитать конспект лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, выполнить выданные преподавателем практические задания. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы. Желательно при подготовке к практическим занятиям по дисциплине одновременно использовать несколько источников, раскрывающих заданные вопросы.

*Методические рекомендации по организации самостоятельной работы*

Самостоятельная работа (по В.И. Далю «самостоятельный – человек, имеющий свои твердые убеждения») осуществляется при всех формах обучения: очной и заочной.

Самостоятельная работа приводит обучающегося к получению нового знания, упорядочению и углублению имеющихся знаний, формированию у него профессиональных навыков и умений.

Самостоятельная работа выполняет ряд функций:

- развивающую;
- информационно-обучающую;
- ориентирующую и стимулирующую;
- воспитывающую;
- исследовательскую.

Виды самостоятельной работы, выполняемые в рамках курса:

1. Конспектирование первоисточников и другой учебной литературы;
2. Проработка учебного материала (по конспектам, учебной и научной литературе);
3. Выполнение разноуровневых задач и заданий;
4. Работа с тестами и вопросами для самопроверки;
5. Выполнение итоговой контрольной работы.

Обучающимся рекомендуется с самого начала освоения курса работать с литературой и предлагаемыми заданиями в форме подготовки к очередному аудиторному занятию. При этом актуализируются имеющиеся знания, а также создается база для усвоения нового материала, возникают вопросы, ответы на которые обучающийся получает в аудитории.

Можно отметить, что некоторые задания для самостоятельной работы по курсу имеют определенную специфику. При освоении курса обучающийся может пользоваться библиотекой вуза, которая в полной мере обеспечена соответствующей литературой. Значительную помощь в подготовке к очередному занятию может оказать имеющийся в учебно-методическом комплексе краткий конспект лекций. Он же может использоваться и для закрепления полученного в аудитории материала.

#### *Методические рекомендации по работе с литературой*

Всю литературу можно разделить на учебники и учебные пособия, оригинальные научные монографические источники, научные публикации в периодической печати. Из них можно выделить литературу основную (рекомендуемую), дополнительную и литературу для углубленного изучения дисциплины.

Изучение дисциплины следует начинать с учебника, поскольку учебник – это книга, в которой изложены основы научных знаний по определенному предмету в соответствии с целями и задачами обучения, установленными программой.

При работе с литературой следует учитывать, что имеются различные виды чтения, и каждый из них используется на определенных этапах освоения материала.

Предварительное чтение направлено на выявление в тексте незнакомых терминов и поиск их значения в справочной литературе. В частности, при чтении указанной литературы необходимо подробнейшим образом анализировать понятия.

Сквозное чтение предполагает прочтение материала от начала до конца. Сквозное чтение литературы из приведенного списка дает возможность обучающемуся сформировать свод основных понятий из изучаемой области и свободно владеть ими.

Выборочное – наоборот, имеет целью поиск и отбор материала. В рамках данного курса выборочное чтение, как способ освоения содержания курса, должно использоваться при подготовке к практическим занятиям по соответствующим разделам.

Аналитическое чтение – это критический разбор текста с последующим его конспектированием. Освоение указанных понятий будет наиболее эффективным в том случае, если при чтении текстов обучающийся будет задавать к этим текстам вопросы. Часть из этих вопросов сформулирована в приведенном в ФОС перечне вопросов для собеседования. Перечень этих вопросов ограничен, поэтому важно не только содержание вопросов, но сам принцип освоения литературы с помощью вопросов к текстам.

Целью изучающего чтения является глубокое и всестороннее понимание учебной информации.

Есть несколько приемов изучающего чтения:

1. Чтение по алгоритму предполагает разбиение информации на блоки: название; автор; источник; основная идея текста; фактический материал; анализ текста путем сопоставления имеющихся точек зрения по рассматриваемым вопросам; новизна.
2. Прием постановки вопросов к тексту имеет следующий алгоритм:
  - медленно прочитать текст, стараясь понять смысл изложенного;
  - выделить ключевые слова в тексте;
  - постараться понять основные идеи, подтекст и общий замысел автора.

3. Прием тезирования заключается в формулировании тезисов в виде положений, утверждений, выводов.

К этому можно добавить и иные приемы: прием реферирования, прием комментирования.

Важной составляющей любого солидного научного издания является список литературы, на которую ссылается автор. При возникновении интереса к какой-то обсуждаемой в тексте проблеме всегда есть возможность обратиться к списку относящейся к ней литературы. В этом случае вся проблема как бы разбивается на составляющие части, каждая из которых может изучаться отдельно от других. При этом важно не терять из вида общий контекст и не погружаться чрезмерно в детали, потому что таким образом можно не увидеть главного.

## **6. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине / модулю, в том числе для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При изучении дисциплины используются аудитории, оборудованные мультимедийными средствами обучения: проектором, ноутбуком, интерактивной доской.

Использование интернет-ресурсов предполагает проведение занятий в компьютерных классах с выходом в Интернет. В компьютерных классах обучающиеся имеют доступ к информационным ресурсам, к базе данных библиотеки.

Для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья необходимы специальные условия для получения образования. В целях доступности получения высшего образования по образовательным программам инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья Институтом обеспечивается:

1. Наличие альтернативной версии официального сайта Института в сети «Интернет» для слабовидящих;

2. Присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь;

3. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху – дублирование вслух справочной информации о расписании учебных занятий; обеспечение надлежащими звуковыми средствами воспроизведения информации;

4. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, созданы материально-технические условия обеспечивающие возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, объекту питания, туалетные и другие помещения Института, а также пребывания в указанных помещениях (наличие расширенных дверных проемов, поручней и других приспособлений).

## **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины / модуля\***

### *Основной*

1. Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс] : учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И Кузнецов, Б. Т. Математика [Электронный ресурс] : учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям экономики и управления / Б. Т. Кузнецов. — 2-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2017. — 719 с. — 5-238-00754-X. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71018.html>

2. Математика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Р. П. Шепелева, Н. И. Головкин, Б. Н. Иванов [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2018. — 194 с. — 978-5-4486-0107-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/70267.html>

3. Растопчина, О. М. Высшая математика [Электронный ресурс] : учебное пособие / О. М. Растопчина. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский педагогический государственный университет, 2018. — 150 с. — 978-5-4263-0594-6. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/79053.html>

### *Дополнительный*

4. Алексеев, Г. В. Курс высшей математики для гуманитарных направлений [Электронный ресурс] :

---

\* Издания, помеченные знаком (\*), имеются в фонде библиотеки Института управления (г. Архангельск).

- учебное пособие / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. — Электрон. текстовые данные. — Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2019. — 236 с. — 978-5-4486-0756-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/81275.html>
5. Богомолов, Н. В. Математика : учебник для бакалавров / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. - 5-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юрайт, 2013. - 395, [1] с.
6. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике : учебное пособие для бакалавров / Н. В. Богомолов. - 11-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юрайт, 2013. - 494, [1] с
7. Высшая математика. Том 5. Теория вероятностей. Основы математической статистики. Теория функций комплексного переменного. Операционное исчисление [Электронный ресурс] : учебник / А. П. Господариков, Е. Г. Булдакова, Л. И. Гончар [и др.] ; под ред. А. П. Господариков. — Электрон. текстовые данные. — СПб. : Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», 2015. — 207 с. — 978-5-94211-715-3. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71691.html>
8. Высшая математика для экономического бакалавриата : учебник и практикум для вузов / ред. Н. Ш. Кремер. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва : Юрайт, 2012. – 909 с.\*
9. Гусак, А. А. Основы высшей математики [Электронный ресурс] : пособие для студентов вузов / А. А. Гусак, Е. А. Бричикова. — Электрон. текстовые данные. — Минск : ТетраСистемс, 2012. — 205 с. — 978-985-536-274-7. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/28166.html>
10. Магазинников, Л. И. Высшая математика. Дифференциальное исчисление [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л. И. Магазинников, А. Л. Магазинников. — Электрон. текстовые данные. — Томск : Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2017. — 188 с. — 978-5-4332-0114-9. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/72078.html>
11. Растопчина, О. М. Высшая математика [Электронный ресурс] : практикум / О. М. Растопчина ; под ред. А. И. Нижников, Т. Н. Попова. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский педагогический государственный университет, 2017. — 138 с. — 978-5-4263-0534-2. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/72486.html>
12. Тетруашвили, Е. В. Математика [Электронный ресурс] : практикум / Е. В. Тетруашвили, В. В. Ершов. — Электрон. текстовые данные. — Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2018. — 159 с. — 978-5-4486-0220-7. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71567.htm>
13. Черненко, В. Д. Высшая математика в примерах и задачах. Том 1 [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / В. Д. Черненко. — Электрон. текстовые данные. — СПб. : Политехника, 2016. — 713 с. — 978-5-7325-1104-8. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/59550.html>
14. Черненко, В. Д. Высшая математика в примерах и задачах. Том 2 [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / В. Д. Черненко. — Электрон. текстовые данные. — СПб. : Политехника, 2016. — 572 с. — 978-5-7325-1105-5. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/59560.html>
15. Черненко, В. Д. Высшая математика в примерах и задачах. Том 3 [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / В. Д. Черненко. — Электрон. текстовые данные. — СПб. : Политехника, 2016. — 510 с. — 978-5-7325-1106-2. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/59720.html>

#### **8. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине / модулю**

Раздел раскрывается п.3.2 «Содержание дисциплины /модуля с указанием академических часов по видам учебных занятий и самостоятельной работы обучающихся, соотношение тем и формируемых компетенции», после каждой темы/раздела».

#### **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. Электронная библиотечная система «IPRbooks» [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. – Режим доступа : <http://www.iprbookshop.ru/>
2. Библиотека Genesis [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. – Режим доступа : <http://gen.lib.rus.ec/>
3. Образовательный математический сайт [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. – Режим доступа : <http://www.exponenta.ru/>
4. Научная электронная библиотека [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. – Режим доступа : <http://www.elibrary.ru/>
5. Национальная электронная библиотека [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. – Режим доступа : <http://www.nns.ru/>

**10. Перечень информационных технологий, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

1. Microsoft Internet Explorer (или другой браузер)
2. Microsoft Windows XP
3. Microsoft Office 2007 и выше

*ПРИЛОЖЕНИЕ*  
к рабочей программе дисциплины,  
утвержденной НМС  
Протокол № 6 от 29 мая 2019 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
по учебной дисциплине  
**«ОСНОВЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ»**  
ПО НАПРАВЛЕНИЮ ПОДГОТОВКИ  
**38.03.01 ЭКОНОМИКА**  
КВАЛИФИКАЦИЯ (СТЕПЕНЬ)  
**«БАКАЛАВР»**

## СОДЕРЖАНИЕ

Перечень компетенций по дисциплине «Основы высшей математики» с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.....	24
Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования. Шкала оценивания сформированности компетенции.....	26
Паспорт оценочных средств по дисциплине «Основы высшей математики».....	28
Перечень оценочных средств по дисциплине «Основы высшей математики».....	28
Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.....	29
Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.....	79

### Перечень компетенций по дисциплине «Основы высшей математики» с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

#### Очная форма обучения

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Наименование контролируемой компетенции	Наименование дисциплины формирующей компетенцию	Семестры									
				1	2	3	4	5	6	7	8		
1	ОПК - 3	способность выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы	<i>Основы высшей математики</i>	+	+								
			Финансовая математика							+			
			Теория вероятностей и математическая статистика					+	+				

#### Заочная форма обучения

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Наименование контролируемой компетенции	Наименование дисциплины формирующей компетенцию	Этапы формирования компетенции				
				1 курс	2 курс	3 курс	4 курс	5 курс
1	ОПК - 3	способность выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы	<i>Основы высшей математики</i>	+				
			Финансовая математика				+	
			Теория вероятностей и математическая статистика		+			

### Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования. Шкалы оценивания.

ОПК-3: способность выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы



Дисциплина, как этап формирования компетенции в рамках ОП ВО <sup>2</sup>	Уровни формирования компетенций		
	Базовый	Повышенный	Высокий
<b>Основы высшей математики</b>	Знать основные понятия математики, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов, и раскрытие взаимосвязи этих понятий	Знать основные понятия математики, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов, и раскрытие взаимосвязи этих понятий; основы проведения научных исследований, основы обработки, анализа и интерпретации результатов в исследованиях	Знать инструментальные средства, необходимые для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализа результатов расчетов и обоснования полученных выводов.
	Уметь работать с научной литературой и другими источниками научно-технической информации: правильно читать математические символы; воспринимать и осмысливать информацию, содержащую математические термины	Уметь работать с научной литературой и другими источниками научно-технической информации: правильно понимать смысл текстов, описывающих математические методы и модели в профессиональной сфере	Уметь выбирать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы.
	Владеть навыками применения базового инструментария математики для решения теоретических и практических задач	Владеть навыками работы с математическими методами и моделями в рамках своей профессиональной деятельности	Владеть методами обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализа результатов расчетов и обоснования полученных выводов.

### Шкала оценивания сформированности компетенций

#### «Неудовлетворительно»

Компетенция не развита. Студент не владеет необходимыми знаниями и навыками и не старается их применять. Не достигнут базовый уровень формирования компетенции.

#### «Удовлетворительно»

Компетенция недостаточно развита. Студент частично проявляет знания и навыки, входящие в состав компетенции. Пытается, стремится проявлять нужные навыки, понимает их необходимость, но у него не всегда получается. Достигнут только базовый уровень формирования компетенции.

#### «Хорошо»

Студент владеет знаниями, проявляет соответствующие навыки в практических ситуациях, но имеют место некоторые неточности в демонстрации освоения материала. Достигнут повышенный уровень формирования компетенции.

#### «Отлично»

Студент всесторонне и глубоко владеет знаниями, сложными навыками, способен уверенно ориентироваться в практических ситуациях. Достигнут высокий уровень формирования компетенции.

### Паспорт оценочных средств по дисциплине «Основы высшей математики»

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины*	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	Раздел 1. Элементы линейной и векторной алгебры Раздел 2. Элементы аналитической геометрии Раздел 3. Введение в математический анализ. Предел и	ОПК-3	собеседование

<sup>2</sup> В соответствии с перечнем компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

	непрерывность функции одной переменной Раздел 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной Раздел 5. Функции нескольких переменных (ФНП) Раздел 6. Интегральное исчисление Раздел 7. Числовые, функциональные и степенные ряды Раздел 8. Дифференциальные уравнения		
2	Раздел 1. Элементы линейной и векторной алгебры Раздел 2. Элементы аналитической геометрии Раздел 3. Введение в математический анализ. Предел и непрерывность функции одной переменной Раздел 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной Раздел 5. Функции нескольких переменных (ФНП) Раздел 6. Интегральное исчисление Раздел 7. Числовые, функциональные и степенные ряды Раздел 8. Дифференциальные уравнения	ОПК-3	разноуровневые задачи и задания
3	Все разделы	ОПК-3	эссе
4	Все разделы	ОПК-3	творческий проект
5	Все разделы	ОПК-3	итоговая контрольная работа
6	Все разделы	ОПК-3	компьютерное тестирование
7	Все разделы	ОПК-3	экзамен

### Перечень оценочных средств по дисциплине «Основы высшей математики»

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1	Собеседование	Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по разделам/темам дисциплины
2	Разноуровневые задачи и задания	Различают задачи и задания: <ul style="list-style-type: none"> <li>• репродуктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать знание фактического материала (базовые понятия, алгоритмы, факты) и умение правильно использовать специальные термины и понятия, узнавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины;</li> <li>• реконструктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей;</li> </ul> творческого уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения, интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения	Комплект разноуровневых задач и заданий
3	Эссе	Средство, позволяющее оценить умение обучающегося письменно излагать суть поставленной проблемы, самостоятельно проводить анализ этой проблемы с использованием концепций	Тематика эссе

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
4	Творческий проект	и аналитического инструментария соответствующей дисциплины, делать выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме Конечный продукт, получаемый в результате планирования и выполнения комплекса учебных и исследовательских заданий. позволяет оценить умения обучающихся самостоятельно конструировать свои знания в процессе решения практических задач и проблем, ориентироваться в информационном пространстве и уровень сформированности аналитических, исследовательских навыков, навыков практического и творческого мышления. Может выполняться в индивидуальном порядке или группой обучающихся	Темы групповых и/или индивидуальных проектов
5	Итоговая контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по дисциплине	Комплект контрольных заданий
6	Компьютерное тестирование	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося	Фонд тестовых заданий
7	Экзамен	Средство промежуточного контроля усвоения разделов дисциплины, организованное в виде собеседования преподавателя и обучающегося.	Перечень вопросов к экзамену

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**ОС №1 Перечень вопросов для собеседования по дисциплине «Основы высшей математики»**

**Раздел 1. Элементы линейной и векторной алгебры**

1. Определителем  $n$ -го порядка называется...?
2. Что называют минором элемента определителя?
3. Что называют алгебраическим дополнением элемента определителя?
4. Каким образом определитель раскладывается по элементам строки (столбца)?
5. Матрицей  $m \times n$  называется...?
6. Какие матрицы можно возводить в степень?
7. Что необходимо для осуществления произведения двух матриц?
8. Что такое транспонирование матриц?
9. Какая матрица называется обратной?
10. Воспроизведите алгоритм вычисления обратной матрицы.
11. Что называют рангом матрицы?
12. Дайте определение системы линейных уравнений.
13. Что называют решением системы линейных уравнений?
14. Сформулируйте алгоритм решения систем линейных уравнений методом Крамера.
15. Сформулируйте алгоритм решения систем линейных уравнений методом обратной матрицы.
16. Сформулируйте алгоритм решения систем линейных уравнений методом Гаусса.
17. Сформулируйте алгоритм решения систем линейных уравнений методом полного исключения неизвестных Жордана-Гаусса.
18. Вектор – это...?
19. Какие действия над векторами можно производить?
20. Что называется скалярным произведением векторов?
21. В каком случае скалярное произведение векторов равно нулю?
22. Что называется векторным произведением векторов?

23. В каком случае векторное произведение векторов равно нулю?
24. Что называется смешанным произведением векторов?

## Раздел 2. Элементы аналитической геометрии

1. Что называют уравнением линии?
2. Какие виды уравнений прямых на плоскости вы знаете?
3. Как найти точку пересечения двух прямых на плоскости?
4. Сформулируйте условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости?
5. С помощью какой формулы определяется расстояние от точки до прямой?
6. Окружностью называется...?
7. Эллипсом называется...?
8. Гиперболой называется...?
9. Параболой называется...?
10. Что называют эксцентриситетом кривой второго порядка?
11. Как связаны между собой величины  $a, b, c$  для различных кривых второго порядка?
12. Какие виды уравнений плоскости вы знаете?
13. Какие виды уравнений прямых в пространстве вы знаете?
14. Сформулируйте условия параллельности и перпендикулярности плоскостей?
15. Перечислите поверхности второго порядка.
16. Расскажите о взаимном расположении прямой и плоскости, двух прямых в пространстве.
17. Расскажите о взаимном расположении двух прямых в пространстве.

## Раздел 3. Введение в математический анализ. Предел и непрерывность функции одной переменной

1. Что называется функцией одной независимой переменной? областью определения функции? областью значений функции?
2. Указать возможные способы обозначения функции.
3. Перечислите основные элементарные функции.
4. Какая функция называется сложной? Приведите примеры сложных функций.
5. Какая функция называется элементарной?
6. Какая функция называется неявной? Приведите примеры неявных функций.
7. Описать построение графика функции  $y = a_1 f(a_2 x + a_3) + a_4$ , где  $a_1, a_2, a_3, a_4$  – постоянные, если известен способ построения графика функции  $y = f(x)$ .
8. Определить линейную функцию, начертить ее график, сформулировать и доказать ее основное свойство.
9. Что такое предел функции  $y = f(x)$  при  $x \rightarrow x_0$ ? Дать определение с помощью неравенств. Привести геометрическую иллюстрацию.
10. Что такое предел функции  $y = f(x)$  при  $x \rightarrow +\infty$ ? при  $x \rightarrow -\infty$ ? Дать определение с помощью неравенств. Привести геометрическую иллюстрацию.
11. Какая функция  $y = f(x)$  называется бесконечно большой величиной при  $x \rightarrow x_0$ ,  $x \rightarrow \pm\infty$ ? Дать определения с помощью неравенств. Привести геометрические иллюстрации.
12. Какая функция  $y = f(x)$  называется бесконечно малой величиной при  $x \rightarrow x_0$ ,  $x \rightarrow \pm\infty$ ? Дать определения с помощью неравенств. Привести геометрические иллюстрации.
13. Какова простейшая связь между бесконечно большой и бесконечно малой величинами?
14. Сформулировать правила предельного перехода в случае арифметических действий.
15. Вывести первый замечательный предел.
16. Вывести второй замечательный предел.
17. Дать определение непрерывности функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$  и иллюстрировать его геометрически.
18. Что называется точкой разрыва функции?
19. Привести примеры разрывных функций различного характера.

20. Что значит сравнить две бесконечно малые величины? В каком случае одна из них более высокого порядка, чем другая?
21. Какие две бесконечно малые величины называются эквивалентными?
22. Привести примеры эквивалентных бесконечно малых величин.

#### Раздел 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

1. Дать определение производной данной функции.
2. Каков геометрический смысл производной от данной функции  $y = f(x)$  в системе декартовых координат?
3. Каков экономический смысл производной от данной функции  $y = f(x)$ ?
4. Сформулировать правила дифференцирования результатов арифметических действий. Привести примеры.
5. В чем заключается правило дифференцирования сложной функции? обратной функции?
6. Вывести формулы для производных всех основных элементарных функций.
7. В чем состоит прием логарифмического дифференцирования?
8. Как дифференцируют неявно заданные функции? Привести примеры.
9. Указать способ дифференцирования параметрически заданных функций.
10. Что называется дифференциалом функции? Как выражается дифференциал функции через ее производную?
11. Каков геометрический смысл дифференциала данной функции  $y = f(x)$ ?
12. Перечислите основные свойства дифференциала функции. В чем состоит свойство инвариантности вида дифференциала функции?
13. Указать формулу для приближенного вычисления значений функции с помощью дифференциала функции. Привести примеры.
14. Что называется производной  $n$ -го порядка данной функции?
15. Как находятся производные высших порядков от функций, заданных явно? неявно? параметрически?
16. Что называется дифференциалом  $n$ -го порядка данной функции? как выражается дифференциал через соответствующую производную функции по независимой переменной?
17. Определить точки экстремума (максимума и минимума) функции, экстремальные значения функции, абсолютные экстремумы (наибольшие и наименьшие значения).
18. Сформулировать необходимый признак экстремума. Привести примеры, показывающие, что он не является достаточным.
19. В чем состоит первый достаточный признак экстремума?
20. Изложить схему исследования функции на экстремумы.
21. Как отыскиваются наибольшие и наименьшие значения функции на данном интервале?
22. Дать определение выпуклости и вогнутости линии  $y = f(x)$  и точки перегиба?
23. Сформулировать теорему о связи между характером изогнутости линии  $y = f(x)$  и знаком второй производной от функции  $f(x)$ .
24. В чем состоят первый и второй достаточные признаки для точек перегиба?
25. Изложить теорему Лопиталю. Привести различные примеры применения правила Лопиталю.
26. Что называется асимптотой данной линии?
27. Вывести аналитические признаки вертикальной и наклонной асимптот линии  $y = f(x)$ .
28. Описать общую схему исследования функций.

#### Раздел 5. Функции нескольких переменных (ФНП)

1. Что называется функцией двух независимых переменных? областью определения такой функции?
2. Описать табличный и аналитический способы задания функции двух независимых переменных.
3. Что называется графиком функции двух независимых переменных? Описать графическое задание такой функции.

4. Описать метод изучения двух и многих независимых переменных посредством функций одной независимой переменной. Что называется линией уровня функции  $z = f(x, y)$  ?
5. Что называется пределом функции  $z = f(x, y)$  при  $x \rightarrow x_0, y \rightarrow y_0$  ?
6. Дать определение непрерывности функции двух независимых переменных по одной из них. Распространить на функции многих переменных.
7. Каков геометрический смысл частных производных функции  $z = f(x, y)$  в системе декартовых координат?
8. Каков геометрический смысл частных производных функции  $z = f(x, y)$  в системе декартовых координат?
9. Что называется частным приращением и частным дифференциалом по  $x$  функции  $z = f(x, y)$  ? Как выражается частный дифференциал функции через ее частную производную?
10. Каков геометрический смысл частных дифференциалов функции  $z = f(x, y)$  в системе декартовых координат?
11. Что называется полным приращением и полным дифференциалом функции  $z = f(x, y)$  ? Как выражается полный дифференциал функции через ее частные производные?
12. Каков геометрический смысл полного дифференциала функции  $z = f(x, y)$  в системе декартовых координат?
13. Как применяется полный дифференциал функции для приближенного вычисления ее значений?
14. Что называется частной производной  $n$ -го порядка функции двух независимых переменных?
15. Вывести правило дифференцирования сложной функции.
16. Что называется полной производной?
17. В чем состоит свойство инвариантности вида полного дифференциала функции нескольких переменных?
18. Перечислить основные правила для отыскания дифференциала функции любого числа независимых переменных.
19. Дать определение точки экстремума функции двух переменных.
20. В чем состоит необходимый признак экстремума функции двух независимых переменных?
21. Сформулировать достаточные условия экстремума для функции двух переменных.

## Раздел 6. Интегральное исчисление

1. Что называется первообразной от данной функции? Привести примеры.
2. Сформулируйте теорему о виде первообразной данной непрерывной функции.
3. Что называется неопределенным интегралом от данной функции?
4. Сформулировать простейшие правила интегрирования. Привести примеры.
5. В чем состоят методы интегрирования по частям и замены переменной в неопределенном интеграле? Привести примеры.
6. Какая рациональная дробь называется правильной? Какие дроби называются простейшими (1-го и 2-го вида)?
7. Как производится разложение правильной рациональной дроби на простейшие?
8. В чем состоит метод интегрирования рациональной функции?
9. Привести примеры интегрирования простейших иррациональных функций.
10. Указать общий метод вычисления интеграла от функции, рациональной относительно тригонометрических функций.
11. Описать методы вычисления интегралов вида  $\int \sin^n x \cos^m x dx$ , где  $n, m$  – целые числа.
12. Когда говорят, что функция не интегрируется в элементарных функциях?
13. Как определяется площадь криволинейной трапеции?
14. Что называется определенным интегралом от данной функции в данном интервале?
15. В чем состоит теорема существования определенного интеграла?
16. Сформулировать простейшие свойства определенного интеграла.
17. В чем состоят свойства аддитивности и сохранения знака определенного интеграла?

18. Каков геометрический смысл определенного интеграла от данной функции  $y = f(x)$  в данном интервале  $[a, b]$  в системе декартовых координат?
19. Сформулировать теорему об оценке интеграла.
20. Чему равна производная от интеграла по его верхнему пределу?
21. Сформулировать формулу Ньютона-Лейбница.
22. В чем состоит метод интегрирования по частям в определенном интеграле?
23. В чем состоит метод подстановки в определенном интеграле?
24. Вывести упрощенную формулу для интеграла, взятого по симметричному интервалу  $[-a, a]$  от четной и нечетной функций.
25. Что называется несобственным интегралом от данной функции по бесконечному интервалу?
26. Сформулировать признак сравнения для несобственных интегралов.
27. Какой несобственный интеграл называется абсолютно сходящимся и какой условно сходящимся?
28. Что называется несобственным интегралом от разрывной функции по данному конечному интервалу?
29. Как вычисляется площадь плоской фигуры в системе декартовых координат?
30. Вывести формулу для вычисления объема тела по площади его параллельных сечений.
31. Вывести формулу для объема тела вращения.
32. Дать определение длины кривой линии. Какова формула для вычисления длины линии в системе декартовых координат?
33. В чем состоит схема решения задач с помощью определенного интеграла и какова характеристика этих задач?

## Раздел 7. Числовые, функциональные и степенные ряды

1. Что называется числовым рядом? Что называется общим членом ряда?
2. Что называется суммой ряда? Дать определение сходящегося и расходящегося рядов. Привести примеры.
3. В чем состоит необходимый признак сходимости ряда? Привести пример, показывающий, что он не является достаточным.
4. Указать простейший достаточный признак расходимости ряда.
5. Сформулировать теорему о сравнении двух рядов с положительными членами.
6. В чем состоит признак Даламбера?
7. В чем состоит интегральный признак Коши?
8. Какой ряд называется знакочередующимся? В чем состоит признак Лейбница для такого ряда?
9. Привести общий достаточный признак сходимости ряда с произвольными членами.
10. Что называется абсолютной сходимостью ряда? условной сходимостью? Привести примеры абсолютно и не абсолютно сходящихся рядов.
11. Какой ряд называется функциональным? Что называется областью сходимости функционального ряда?
12. Какой функциональный ряд называется правильно сходящимся?
13. Какой ряд называется степенным?
14. Сформулировать теорему Абеля. Определить радиус сходимости и интервал сходимости степенного ряда.
15. Привести примеры степенных рядов, радиус сходимости которых равен: 1) нулю, 2) бесконечности, 3) конечному числу, отличному от нуля.
16. В чем заключается задача разложения функции  $f(x)$  в степенной ряд?
17. Что называется рядом Тейлора функции  $f(x)$ ? Как определяются коэффициенты ряда Тейлора?
18. Что называется остаточным членом ряда Тейлора?
19. Сформулировать теорему об остаточном члене ряда Тейлора.
20. Что называется формулой Тейлора  $n$ -го порядка?
21. Какой ряд называется рядом Маклорена?

22. Вывести разложения в ряд Маклорена функций  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $(1+x)^m$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $\arctg x$ . Указать интервалы, в которых полученные разложения имеют место.

### Раздел 8. Дифференциальные уравнения

1. Дайте определение обыкновенного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
2. Что называют общим решением обыкновенного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка?
3. Что называют частным решением обыкновенного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка?
4. Что такое интегральная кривая?
5. Каков геометрический смысл уравнения  $y' = f(x, y)$ ?
6. Какое дифференциальное уравнение называют автономным?
7. Какое уравнение называется дифференциальным уравнением с разделенными переменными?
8. Дайте определение однородной функции степени  $k$ .
9. Дайте определение однородного дифференциального уравнения 1-го порядка. Сформулируйте алгоритм решения таких уравнений.
10. Какие дифференциальные уравнения можно свести к однородным?
11. Дайте определение линейного дифференциального уравнения 1-го порядка. Сформулируйте алгоритм решения таких уравнений.
12. Какой вид имеет линейное дифференциальное уравнение  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами? Сформулируйте алгоритм решения таких уравнений.
13. Что называют характеристическим уравнением?
14. В чем заключается метод вариации постоянных?
15. Как используются дифференциальные уравнения в экономической динамике?
16. Что представляет из себя нормальная система дифференциальных уравнений?

### ОС №2 Комплект разноуровневых заданий и задач для проведения практических занятий по дисциплине «Основы высшей математики»

#### Раздел 1. Элементы линейной и векторной алгебры

1. Вычислить определитель матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

2. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ . Найти  $|AB|$ .

3. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ .

4. Не вычисляя определителя, показать, почему они равны нулю:

а)  $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ , б)  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 6 \\ 6 & 3 & 12 \end{vmatrix}$ , в)  $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ .

5. Вычислить определители:



$$a) \begin{vmatrix} 23153 & 23253 \\ 10127 & 10227 \end{vmatrix}, б) \begin{vmatrix} 1715 & 1700 \\ 1690 & 1675 \end{vmatrix}$$

6. Числа 182, 299 и 312 делятся на 13. Доказать, что определитель  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 8 & 9 & 1 \\ 2 & 9 & 2 \end{vmatrix}$  делится на 13.

7. Найти определители (б) и (в), зная определитель (а):

$$a) \begin{vmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = -3, б) \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 4 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & 4 \end{vmatrix}, в) \begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 4 & 2 \end{vmatrix}.$$

8. Вычислить определители тремя способами: по правилу Саррюса, путем разложения по элементам третьей строки, путем «накопления» единицы с нулями во втором столбце:

$$a) \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 6 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & -4 \end{vmatrix}, б) \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{vmatrix}.$$

9. Вычислить определители:

$$a) \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & a \\ 0 & 2 & b & 3 \\ 0 & c & 0 & 0 \\ d & 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}, б) \begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{vmatrix}, в) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}, г) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ -1 & 0 & 3 & \dots & n \\ -1 & -2 & 0 & \dots & n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1 & -2 & -3 & \dots & 0 \end{vmatrix}$$

10. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ , найти  $2A + B$ .

11. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  и число  $\alpha = 2$ . Найти  $A^T B + \alpha C$ .

12. Найти произведение матриц  $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$  и  $B = (2 \ 4 \ 1)$ .

13. Найти произведение матриц  $A = (1 \ 2)$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$

14. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ , найти  $A^{-1}$ .

15. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ , найти  $A^{-1}$ .

16. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ , найти  $A^3$ .

17. Определить ранг матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}$ .

18. Определить ранг матрицы  $\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ .

19. Определить ранг матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 6 & 8 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ .

20. Найти обратные матрицы для матриц:

a)  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ , б)  $\begin{vmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix}$ , в)  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{vmatrix}$

21. Решить систему уравнений:  $\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$ .

22. Найти решение системы уравнений:  $\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$ .

23. Определить совместность системы линейных уравнений:  $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 9x_5 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 5x_5 = 2 \\ 2x_1 + 11x_2 + 12x_3 + 25x_4 + 22x_5 = 4 \end{cases}$ .

24. Определить совместность системы линейных уравнений:  $\begin{cases} x_1 - 4x_2 = -1 \\ 3x_1 + 2x_2 = 4 \\ 7x_1 + 10x_2 = 12 \\ 5x_1 + 6x_2 = 8 \\ 3x_1 - 16x_2 = -5 \end{cases}$ .

25. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса: 
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3 \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

26. Решить систему методом Гаусса: 
$$\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$$

27. Решить системы линейных уравнений по правилу Крамера:

а) 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 = -2 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 6 \\ -x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = -6 \end{cases}$$
, б) 
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 + x_5 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = -2 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 5x_5 = 5 \end{cases}$$

28. Решить систему линейных уравнений методом полного исключения неизвестных Жордана-Гаусса 
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 + 3x_5 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 4 \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 5 \end{cases}$$

29. Найти фундаментальную систему однородной системы уравнений: 
$$\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 + 5x_3 + x_4 = 0 \\ 9x_1 - 39x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$$

30. Найти  $(5\vec{a} + 3\vec{b})(2\vec{a} - \vec{b})$ , если  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ ,  $\vec{a} \perp \vec{b}$ .

31. Найти угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если  $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ ,

32. Найти скалярное произведение  $(3\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (5\vec{a} - 6\vec{b})$ , если  $|\vec{a}| = 4$ ,  $|\vec{b}| = 6$ ,  $\vec{a} \wedge \vec{b} = \pi/3$ .

33. Найти угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если  $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$ ,

34. При каком  $m$  векторы  $\vec{a} = m\vec{i} + \vec{j}$  и  $\vec{b} = 3\vec{i} - 3\vec{j} - 4\vec{k}$  перпендикулярны.

35. Найти скалярное произведение векторов  $2\vec{a} + 3\vec{b} + 4\vec{c}$  и  $5\vec{a} + 6\vec{b} + 7\vec{c}$ , если  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = 2$ ,  $|\vec{c}| = 3$ ,  $\vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{a} \wedge \vec{c} = \vec{b} \wedge \vec{c} = \frac{\pi}{3}$ .

36. Найти векторное произведение векторов  $\vec{a} = 2\vec{i} + 5\vec{j} + \vec{k}$  и  $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ .

37. Вычислить площадь треугольника с вершинами  $A(2, 2, 2)$ ,  $B(4, 0, 3)$ ,  $C(0, 1, 0)$ .

38. Доказать, что векторы  $\vec{a} = 7\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} - 7\vec{j} + 8\vec{k}$  и  $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$  компланарны.

39. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} + 3\vec{b}$ ;  $3\vec{a} + \vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ ;  $\vec{a} \wedge \vec{b} = 30^\circ$ .

40. Доказать, что точки  $A(5; 7; 2)$ ,  $B(3; 1; -1)$ ,  $C(9; 4; -4)$ ,  $D(1; 5; 0)$  лежат в одной плоскости.

41. Найти объем пирамиды и длину высоты, опущенной на грань  $BCD$ , если вершины имеют координаты  $A(0; 0; 1)$ ,  $B(2; 3; 5)$ ,  $C(6; 2; 3)$ ,  $D(3; 7; 2)$ .

## Раздел 2. Элементы аналитической геометрии

1. Найти уравнение прямой с направляющим вектором  $\vec{a}(1, -1)$  и проходящей через точку  $A(1, 2)$ .

2. Задано общее уравнение прямой  $x - y + 1 = 0$ . Найти уравнение этой прямой в отрезках.

3. Дано общее уравнение прямой  $12x - 5y - 65 = 0$ . Требуется написать различные типы уравнений этой прямой.

4. Прямая отсекает на координатных осях равные положительные отрезки. Составить уравнение прямой, если площадь треугольника, образованного этими отрезками равна  $8 \text{ см}^2$ .

5. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-2, -3)$  и начало координат.

6. Определить угол между прямыми:  $y = -3x + 7$ ;  $y = 2x + 1$ .

7. Показать, что прямые  $3x - 5y + 7 = 0$  и  $10x + 6y - 3 = 0$  перпендикулярны.

8. Даны вершины треугольника  $A(0; 1)$ ,  $B(6; 5)$ ,  $C(12; -1)$ . Найти уравнение высоты, проведенной из вершины  $C$ .

9. Найти координаты центра и радиус окружности, если ее уравнение задано в виде:  $2x^2 + 2y^2 - 8x + 5y - 4 = 0$ .

10. Составить уравнение прямой, проходящей через левый фокус и нижнюю вершину эллипса, заданного уравнением:  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ .

11. Составить уравнение эллипса, если его фокусы  $F_1(0; 0)$ ,  $F_2(1; 1)$ , большая ось равна 2.

12. Найти уравнение гиперболы, вершины и фокусы которой находятся в соответствующих вершинах и фокусах эллипса  $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{5} = 1$ .

13. Составить уравнение гиперболы, если ее эксцентриситет равен 2, а фокусы совпадают с фокусами эллипса с уравнением  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ .

14. На параболе  $y^2 = 8x$  найти точку, расстояние которой от директрисы равно 4.

15. Найти уравнение плоскости, зная, что точка  $P(4; -3; 12)$  – основание перпендикуляра, опущенного из начала координат на эту плоскость.

16. Найти уравнение плоскости, проходящей через две точки  $P(2; 0; -1)$  и  $Q(1; -1; 3)$  перпендикулярно плоскости  $3x + 2y - z + 5 = 0$ .

17. Найти уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(2, -1, 4)$  и  $B(3, 2, -1)$  перпендикулярно плоскости  $x + y + 2z - 3 = 0$ .

18. Найти уравнение плоскости, зная, что точка  $P(4, -3, 12)$  – основание перпендикуляра, опущенного из начала координат на эту плоскость.

19. Даны координаты вершин пирамиды  $A_1(1; 0; 3)$ ,  $A_2(2; -1; 3)$ ,  $A_3(2; 1; 1)$ ,  $A_4(1; 2; 5)$ .

- 1) Найти длину ребра  $A_1A_2$ .
- 2) Найти угол между ребрами  $A_1A_2$  и  $A_1A_4$ .
- 3) Найти угол между ребром  $A_1A_4$  и гранью  $A_1A_2A_3$ .
- 4) Найти площадь грани  $A_1A_2A_3$ .
- 5) Найти объем пирамиды.
- 6) Найти уравнение плоскости  $A_1A_2A_3$ .

20. Найти каноническое уравнение, если прямая задана в виде: 
$$\begin{cases} 2x - y + 3z - 1 = 0 \\ 5x + 4y - z - 7 = 0 \end{cases}$$

21. Привести к каноническому виду уравнение прямой, заданное в виде: 
$$\begin{cases} 2x + 3y - 16z - 7 = 0 \\ 3x + y - 17z = 0 \end{cases}$$

### Раздел 3. Введение в математический анализ. Предел и непрерывность функции одной переменной

1. Найти области определения функций:

а)  $f(x) = \frac{x-2}{2x-1}$ , б)  $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x-1}$ , в)  $y = f(x) = \sqrt{1-2x} + 3 \arcsin \frac{3x-1}{3}$ .

2. Найти множества значений функций:

а)  $f(x) = x^2 - 6x + 5$ , б)  $f(x) = 2 + \sin x$ .

3. Найти основные периоды функций:

а)  $f(x) = \cos 8x$ , б)  $f(x) = \sin 6x + \operatorname{tg} 4x$ .

4. Установить четность или нечетность функций:

а)  $f(x) = x^2 \sqrt[3]{x} + 2 \sin x$ , б)  $f(x) = 2^{-x} + 2^x$ , в)  $f(x) = |x| - 5e^{x^2}$ , г)  $f(x) = x^2 + 5x$ , д)

$f(x) = \operatorname{lg} \frac{x+3}{x-3}$ .

5. Построить графики функций:

а)  $y = \frac{x^2 - x}{3}$  на отрезке  $[-4, 4]$ ,

б)  $y = \sqrt{x} + \sqrt{4-x}$  в области определения,

в)  $y = \arcsin(x-2)$ .

6. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - x)$ .

7. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow \pi} (\pi - x) \operatorname{ctgx}$ .

8. Найти предел:  $\lim_{x \rightarrow 0} (2x)^{\sin 3x}$ .

9. а) найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья;

б) для  $n, 1, 2, 3$ ) найти пределы функций, пользуясь правилом Лопиталья (для случаев, когда оно применимо).

1)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 9x - 5}{x^2 + 4x - 5}$  при  $x_0 = \frac{1}{4}; 1; -5; \infty$ ;

2)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{8-x} - 1}{7-x}$ ;

3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{tg} x + \sin 3x}$ ;

4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x-1}{bx+2} \right)^{2x+3}$  при  $b = 5; 1; 7$

10. Исследовать функцию на непрерывность. Построить график функции. Указать точки разрыва функции, если они существуют.

$$\begin{cases} x, & x \leq 0 \\ 1 - \cos x, & 0 < x < \pi \\ \sin x, & x \geq \pi \end{cases}$$

11. Вычислить пределы:

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - x - 10}{x^2 - x - 2}$

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$

3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 3x + 5}{x^5 + 4x - 5}$

4.  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x^3 + 8x^2 + 21x + 18}$

5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{4x^2 - 7x + 4} - 2x \right)$

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x} \right)$

7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}{x} \right)$

8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(x)}{1 - \cos(x)}$

9.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 5}{x^2 - 5} \right)^{x^2}$

10.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x + 6}{x - 4} \right)^{x^2}$

12. Найти точки разрыва функции и определить их тип:

1.  $y = 3^{\frac{x}{4-x^2}}$

2.  $y = \frac{x^2}{x^2 - 36}$

3.  $y = \frac{|4x - 3|}{4x - 3}$

13. Найти точки разрыва функции и определить их тип, сделать чертёж:

1.  $f(x) = \begin{cases} x + 1, & x \leq 0 \\ (x + 1)^2, & 0 < x \leq 2 \\ -x + 4, & x > 2 \end{cases}$

2.  $f(x) = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x^3, & 0 \leq x < 2 \\ 3, & x \geq 2 \end{cases}$

3.  $f(x) = \begin{cases} x^3 + 1, & x \leq 1 \\ 2, & 1 < x \leq 2 \\ 3x, & x > 2 \end{cases}$

#### Раздел 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

1. Найти  $y'$  и  $y''$ , если  $y(x)$  задано неявно уравнением  $y + \sin y = 2x$ .

2. Найти  $y'_x$  и  $y''_{x^2}$ , если  $\begin{cases} x = t + \sin t \\ y = \cos t \end{cases}$

3. Разложить функцию  $f(x) = \frac{1}{2 + 5x}$  по формуле Тейлора в точке  $x = 3$ .

4. Найти производные функций, заданных в явном виде:

а)  $y = \frac{3}{x} - \frac{1}{2x^3} + x^5 - \sqrt[3]{(7 - 2x)^4}$

б)  $y = \cos x^4 \cdot \arccos 2x$ ;

в)  $y = \frac{\log_3 \frac{2}{x}}{4 \operatorname{ctg} 5x}$ .

г)  $y = 3 \operatorname{arcc} \operatorname{tg} x - \frac{\operatorname{tg} 2x}{\exp(4x^2)}$ ;

д)  $y = \arcsin^3(\cos^4(2\sqrt{1+2x^3}))$ .

е)  $y = (\sin x)^{\ln 2x}$ .

5. Найти первую производную неявной функции и функции, заданной параметрически.

а)  $\operatorname{tg}(xy) + y = 2 \cos x$ ; б)  $\begin{cases} x = \log_3(t + 2); \\ y = 2^t + 4t. \end{cases}$

6. Найти 1-ю производную функций:

1.  $y = \frac{x(x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^2},$

2.  $x^2 \sin(y) + xy = 15,$

3. 
$$\begin{cases} x = \frac{t+1}{t} \\ y = \frac{t-1}{t}. \end{cases}$$

7. Найти 2-ю производную функций:

1.  $y = \log_2(\sqrt[3]{1-x^2}),$

2.  $7x^3 + y^4 - xy = 0$

3. 
$$\begin{cases} x = \ln(t) \\ y = t^3. \end{cases}$$

8. Вычислить предел по правилу Лопиталья:

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\arcsin(3x)},$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( x \cdot e^{\frac{1}{x}} \right),$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(x))}{x}.$

9. Найти наименьшее и наибольшее значение функции  $y = 1 + \frac{8}{x} + 2x$  на отрезке  $x \in [-5, -1].$

10. Сделать разложение функции по формуле Тейлора при указанном значении  $x = x_0:$

$y(x) = 2 - \frac{4}{x^3}; x_0 = 5.$

11. Исследовать функцию  $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$  и построить ее график.

12. Составить уравнение касательной и нормали к кривой  $y = 2x^2 + 5x + 1$  в точке  $A(0,1)$ . Найти угол, образованный касательной с осью абсцисс.

13. . Провести полное исследование функции  $f(x) = \frac{x^2 + 7}{x^2 - 7}$  и построить ее график.

14. Исследовать функцию  $y = f(x)$  и построить ее график:

а)  $y = \frac{4x}{4 + x^2};$  б)  $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}.$

## Раздел 5. Функции нескольких переменных (ФНП)



1. Найдем частные производные второго порядка функции  $z = \ln(x^2 + y^2)$ .

2. Дана функция  $z = e^{-\cos(x+3y)}$ .

Показать, что  $F \equiv 0$ ; где  $F = 9 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ .

3. Дана функция  $z = 5x^2 + 4y^2 - 2xy + 3x - y + 1$  и точка  $M_0(1,001;0,999)$ . С помощью дифференциала вычислить приближенные значения функции в данной точке. Оценить абсолютную погрешность вычислений.

4. Дана функция  $z = 5x^2 + 4y^2 - 2xy + 3x - y + 1$ , точка  $A(1, 1)$  и вектор  $\vec{a} = (3;4)$ . Найти:

1)  $\text{grad } z$  в точке  $A$ ;

2) производную в точке  $A$  по направлению вектора  $\vec{a}$ .

5. Дана функция  $z = \frac{y^2 + xy}{x^2}$ . Показать, что  $\frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ .

6. Дана функция  $z = 3x^2 + y^2 - 2y - 1$  и точка  $M_0(2,01;0,98)$ . С помощью дифференциала вычислить приближенное значение функции в данной точке. Оценить абсолютную погрешность вычислений.

7. Для функции  $z = (x^2 y + 1)^2$ :

а) постройте несколько линий уровня,

б) найдите частные производные 1-го и 2-го порядков в общем виде и в точке  $(1, 1)$ , убедившись в равенстве смешанных производных;

в) найдите градиент функции в общем виде и в точке  $(2, 3)$ ;

г) найдите дифференциал функции в общем виде и в точке  $(3, 5)$ ;

д) найдите производную в точке  $(1, 2)$  по направлению вектора  $(1, 4)$ ,

е) пусть  $x = 2t$ ,  $y = t^2 - 1$ , найдите  $z'_t$  в общем виде и при  $t = 1$ , используя формулу вычисления производной сложной функции двух переменных.

8. Найдите экстремум функции  $z = x^2 + y^2 + 2x + 4y$  и установите, максимум это или минимум.

## Раздел 6. Интегральное исчисление

1. Вычислить интеграл

$$I = \int \left( \sqrt[3]{x} + \frac{1}{3} \sin x - \frac{2}{x} \right) dx.$$

2. Вычислить интеграл  $I = \int \sin(2x+3) dx$ .

3. Вычислить интеграл  $I = \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ .

4. Вычислить интеграл  $I = \int \log_a x dx$ .

5. Вычислить интеграл  $I = \int x e^x dx$ .

6. Представить неправильную дробь  $\frac{2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - x + 2}{x^2 - 3x + 1}$  в виде целой части и правильной дроби.

7. Вычислить интеграл  $\int \frac{(x^5 + 4x^3)dx}{(x+1)^2(x^2 + 2x + 3)}$ .

8. Вычислить интеграл  $I = \int \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x+1}} dx$ .

9. Вычислить интеграл  $I = \int \frac{xdx}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$ .

10. Вычислить интеграл  $I = \int \frac{\sin x + 1}{\cos x + 1} dx$ .

11. Вычислить определенный интеграл  $\int_1^2 (x - x^2) dx$ .

12. Вычислить несобственный интеграл  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(1+2x)^2}$ .

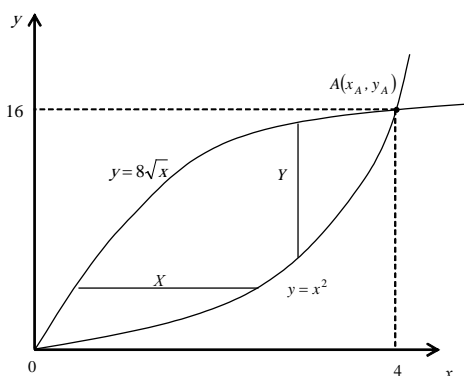
13. Вычислить несобственный интеграл  $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{2-x}}$ .

14. Вычислить интеграл  $I = \int_{-2}^4 \frac{dx}{x^3}$ .

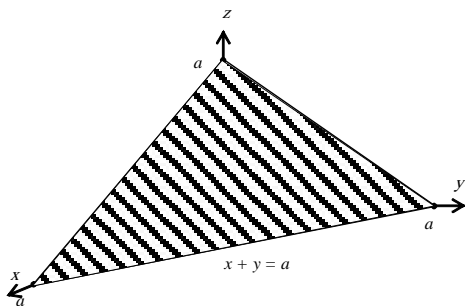
15. Вычислить интеграл  $I = \int_L x^2 y dx - x dy$ , где  $L$  - дуга параболы  $y = x^2 - 1$ , заданная на отрезке  $x \in [-2; 1]$ .

16. Вычислить двойной интеграл  $I = \iint_D (x + 2y) dx dy$ , меняя порядок интегрирования по  $x$  и  $y$ .

Область  $D$  ограничена кривыми  $y = x^2$  и  $y = 8\sqrt{x}$ .



17. Вычислить интеграл  $I = \iiint_V xy dx dy dz$ , где область  $V$  ограничена плоскостями  $x + y + z = a$ ,  $z = 0$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ .



18. Вычислить неопределенные интегралы:

а)  $\int \frac{1 + 2 \cdot \sqrt[3]{x} - 3x^4}{x^5} dx$

б)  $\int \sin^2 x dx$

в)  $\int x \cdot \ln 3x dx$

г)  $\int \frac{x^4 dx}{(x-1) \cdot (x^2 + 2x + 10)}$ .

19. Вычислить несобственные интегралы или доказать их расходимость.

а)  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x \cdot \sqrt{x+1}}$

б)  $\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{x^3 + 1}$

20. Вычислить объем тела, полученного вращением кривых  $y = \sqrt{x}$  и  $y = x^2$  вокруг оси  $Ox$ .

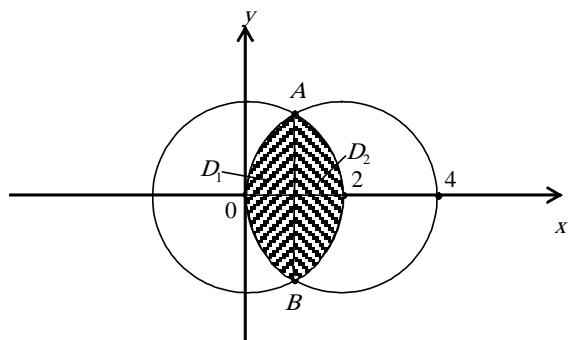
21. Вычислить криволинейный интеграл 2 – рода по заданному пути  $L$ , соединяющему точки  $A$  и  $B$ . Сделать рисунки.  $\int_L xy dx - x^2 dy$ , где  $L$ : а) прямая, соединяющая точки  $A$  и  $B$ ; б) ломаная линия

$ACB$ ; в) парабола  $y = x^5$ ;  $A(-1;-1)$ ,  $B(1;1)$ ,  $C(-1;1)$ .

22. В области  $D$ , ограниченной заданными линиями, вычислить двойной интеграл двумя способами (т.е. изменяя порядок интегрирования по  $x$  и  $y$ ). Сделать рисунок.

$$I = \iint_D (x - y) dx dy; D: x^2 + y^2 = 4; (x-2)^2 + y^2 = 4.$$

Область  $D$  образована пересечением 2-х окружностей.



## Раздел 7. Числовые, функциональные и степенные ряды

1. Выяснить, сходится ли ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^2 + 3n + 5}$ .

2. Выяснить, сходится ли ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ .

3. Выяснить вопрос о сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n}$ .

4. Выяснить вопрос о сходимости гармонического ряда.

**5. Разложим в ряд Маклорена функцию  $y = e^{x^2}$ .**

6. Исследовать на сходимость ряды:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^2}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \left(\frac{3n-1}{4n+2}\right)^{2n}$ ;

в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n^2-3)\ln^2 n}$ ; г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{5n}}$ .

7. Найти разложение в степенной ряд по степеням  $x$  решения дифференциального уравнения (записать три первых, отличных от нуля, члена этого разложения):  $y'' = y + e^x$  при  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ .

8. Исследовать сходимость ряда:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n-1}$ , б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n+1}}$ , в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n}$ , г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot (n+1)!}{(2n)!}$ .

9. Определить радиус и интервал сходимости:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} 5^n n! x^n$ , б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n\sqrt{n}}$ , в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{n!} \cdot (x-4)^n$ , г)  $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n (x-2)^n$

10. Написать первые четыре члена ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{\ln(n+1)}$$

11. Найти общий член ряда:

a)  $1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots$

b)  $\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots$

12. Найти сумму ряда:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \dots$$

13. Исследовать ряды на сходимость:

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{200n+3}$
2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{7n+4}$
3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n^3(n+2)}$
4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+1)}$
5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n+1}}{n!}$
6.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$
7.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$
8. Доказать, что  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$  сходится
9.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{1+n^2}$
10.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n}$
11.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(2n)^3}$
12.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(n+5)}{3n}$
13.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1}$

14. Определить область сходимости рядов:

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+x^n}$
2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{x}{2^n}$

15. Найти радиус сходимости:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}$ .

16. Исследовать на сходимость:

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n \cdot 2^n}$
2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n^4 + 1}$

## Раздел 8. Дифференциальные уравнения

1. Решить уравнение  $\sqrt{1-y^2} dx + \sqrt{1-x^2} dy = 0$ .
2. Найти общее решение уравнения  $y' - 2xy = 2x$ .
3. Решить уравнение  $x^2 y' + y^2 + xy + x^2 = 0$ .
4. Решить уравнение  $(3x^2 + 6xy^2)dx + (6x^2 y + 4y^3)dy = 0$ .
5. Решить уравнение  $y'' = 5x + e^x$ .
6. Решить уравнение  $y'' + \frac{y'}{x} = x$ .
7. Решить уравнение  $3yy'' + (y')^3 = 0$ .
8. Решить систему

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y - 7x, \\ \frac{dy}{dt} = -2x - 5y. \end{cases}$$

9. Решить уравнение  $y'' - 4y' + 3y = 0$ .

10. Решить уравнение  $y^{(V)} + y^{(IV)} + 2y''' + 2y'' + y' + y = 0$ .

11. Решить уравнение  $y'' - 4y' + 3y = 3e^{2x} + xe^x$ .

12. Найти общее решение дифференциального уравнения.

а)  $(xy' - y) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = x$ ;                      б)  $xy' + y - e^x = 0$ ;

в)  $y' + xy = xy^2$ ;                                      г)  $xy'' = y'$ .

13. Для данного дифференциального уравнения второго порядка найти частное решение, удовлетворяющее заданным начальным условиям:  $y'' + 25y = x \cos 5x$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 5,01$ .

14. Дана система дифференциальных уравнений. С помощью характеристического уравнения найти ее общее решение.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y - 5x, \\ \frac{dy}{dt} = 5y. \end{cases}$$

### ОС №3 Темы эссе по дисциплине «Основы высшей математики»

1. «Математическое моделирование при принятии решений в экономике».
  2. «Математическое моделирование при принятии решений в менеджменте».
  3. «Математическое моделирование при принятии решений в психологии».
- По желанию обучающийся может выбрать любую другую науку.

### ОС №4 Темы групповых творческих заданий/проектов по дисциплине «Основы высшей математики»

1. Математика в моей профессии
2. Математика в жизни человека

**ОС №5 Комплект заданий для итоговых контрольных работ  
по дисциплине «Основы высшей математики»**

**Контрольная работа №1**

1. Выполнить действия над матрицами

$$(A+B)A-B(2A+3B), \quad \text{где } A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 11 & 3 \\ 1 & 6 & 1 \\ 2 & 2 & 16 \end{pmatrix}.$$

2. Дана система линейных уравнений.

- 1) Решить систему по формулам Крамера;
- 2) Решить систему с помощью обратной матрицы;
- 3) Решить систему методом Жордана-Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \end{cases}.$$

3. Составить уравнения высоты АК и медианы АМ треугольника ABC с вершинами А (1; 1), В (4; 2), С(2; 5). Найти их длины. Сделать рисунок.

4. Вычислить следующие пределы, не пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 4}{\sqrt{x^4 + 1}},$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \cdot \sin x}, \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\lg(1+10x)}{x}.$$

5. Найти точки разрыва функции и определить их тип:

$$\text{а) } y = 3^{\frac{x}{4-x^2}}, \quad \text{б) } y = \frac{x^2}{x^2 - 36}, \quad \text{в) } y = \frac{|4x-3|}{4x-3}$$

6. Найти точки разрыва функции и определить их тип, сделать чертёж:

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0 \\ (x+1)^2, & 0 < x \leq 2 \\ -x+4, & x > 2 \end{cases}$$

7. Найдите производные первого порядка функций  $y = f(x)$

$$\text{а) } y = \sqrt{3+5x} - \frac{x}{\sqrt{x-3}}; \quad \text{б) } y = \sin^2(1-5x); \quad \text{в) } y = x^{\sqrt{x}}$$

8. Найти  $y'_x$  и  $y''_{xx}$  для заданной функции:

$$\text{а) } \begin{cases} x = 3 \cos 2t \\ y = \sin t \end{cases}, \quad \text{б) } \begin{cases} x = e^{2t} \\ y = e^{4t} \end{cases}.$$

9. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = f(x)$  на отрезке  $[a; b]$ .

а)  $f(x) = x^3 - 12x + 7, [0; 3]$

б)  $f(x) = 81x - x^4, [-1; 4]$

10. Дана парабола  $y = x^2 - x$ . Подберите новую параболу с ветвями вниз справа от данной, чтобы данная парабола в точке с абсциссой  $x_0 = 2$  плавно (без разрыва производной) переходила в новую. Части двух парабол образуют новую функцию. Найдите производную этой новой функции и нарисуйте ее график. Найдите вторую производную и также нарисуйте ее график.

11. Постройте график на основе приведенного полного исследования функции.

а)  $y = x^3 - 3x^2 - x + 3$ , б)  $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$

12. Для функции  $z = (x^2y + 1)^2$ :

а) постройте несколько линий уровня,

б) найдите частные производные 1-го и 2-го порядков в общем виде и в точке (1, 1), убедившись в равенстве смешанных производных;

в) найдите градиент функции в общем виде и в точке (2, 3);

г) найдите дифференциал функции в общем виде и в точке (3, 5);

д) найдите производную в точке (1, 2) по направлению вектора (1, 4),

е) пусть  $x = 2t, y = t^2 - 1$ , найдите  $z'_t$  в общем виде и при  $t = 1$ , используя формулу вычисления производной сложной функции двух переменных.

13. Найдите экстремум функции  $z = x^2 + y^2 + 2x + 4y$  и установите, максимум это или минимум.

### Контрольная работа №2

1. Найдите неопределенные интегралы

а)  $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1+e^x}}$ ; б)  $\int x \ln(x-1) dx$ ; в)  $\int \frac{(2x+3)dx}{(x-2)^3}$ ; г)  $\int \sin^4 x \cos^5 x dx$ ;

д)  $\int \frac{x + \sqrt{1+x}}{\sqrt[3]{1+x}} dx$ .

2. Вычислите определенные интегралы.

а)  $\int_1^2 (2x - 3x^2) dx$ , б)  $\int_1^9 \frac{2dx}{\sqrt{x}}$ , в)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin 5x dx$ , г)  $\int_0^{\pi} x \sin x dx$ , д)  $\int_{-1}^1 \frac{xdx}{\sqrt{5-4x}}$ .

3. . Вычислите несобственные интегралы.

а)  $\int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+1)^2}}$ , б)  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$ .

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = e^x, y = e^{-x}, x = 1$ .

5. Найдите объем тела – цилиндра над плоской областью, образованной данными прямыми, и уравнением "крыши"  $z = f(x, y)$ .



$$y = x, \quad x = 0, \quad x = 4, \quad y = 0, \quad z = 2x + y.$$

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t) \end{cases}.$$

$$\frac{\pi}{6} \leq t \leq \frac{\pi}{4}$$

7. Найдите общее решение уравнения.

$$\text{а) } y' = 3x - y, \quad \text{б) } x^2 dy = (y^2 + xy) dx.$$

8. Найдите решение задачи Коши  $y''x \ln x = y'$ ,  $y(e) = e - 1$ ,  $y'(e) = 1$ .

9. Найдите общее решение дифференциального уравнения  $y'' + 9y = 6e^{3x}$ .

10. Установите сходимость или расходимость рядов.

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n-1}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n+1}}, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2+(-1)^n)}{2^n}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot (n+1)!}{(2n)!}.$$

11. Найти радиус и интервал сходимости:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(3n+1)2^n}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{(5n-2)!}$$

**ОС №6 Перечень вопросов для реализации компьютерного тестирования  
по дисциплине «Основы высшей математики»**

*Определитель равен нулю, если*

все строки различны

имеются одинаковые строки

имеется строка равная столбцу

*Вычислить значение определителя*

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

положительное

отрицательное

нулевое

*Отличие матрицы от определителя*

нет различий

по форме представления

матрица – таблица, определитель – число

*Присоединенная матрица строится из*

алгебраических дополнений

миноров

определителей

*Система совместна и имеет единственное решение, если*

ее определитель отличен от нуля

ее определитель равен нулю

величина определителя не имеет значений

*Можно ли решить по правилу Крамера систему  $m$  уравнений с  $n$  неизвестными*

можно всегда

нельзя

в некоторых случаях можно

*При каком условии однородная система линейных уравнений имеет единственное решение*

$$r(A) < n$$

$$r(A) = n$$

$$r(A) > n$$

*Произведение двух ненулевых матриц*

всегда не равно 0

может равняться 0

всегда равно 0

*Три вектора компланарны, если они*

параллельны одной плоскости

параллельны одной прямой

одинаково направлены

*Скалярным произведением векторов называется*

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a} \wedge \vec{b})$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a} \wedge \vec{b})$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \operatorname{tg}(\vec{a} \wedge \vec{b})$$

*Условие параллельности прямых  $y = \kappa_1 x + b_1$  и  $y = \kappa_2 x + b_2$  имеет вид*

$$\kappa_1 = \frac{1}{\kappa_2}$$

$$\kappa_1 = \kappa_2$$

$$\kappa_1 = -\kappa_2$$

*Функция  $f(x)$  называется бесконечно малой величиной, если*

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = e$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$$

Первый замечательный предел имеет вид

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 0$$

$$(\arcsin x)' =$$

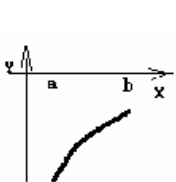
$$\frac{-1}{x^2 + 1}$$

$$\frac{1}{x^2 + 1}$$

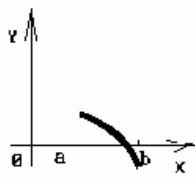
$$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

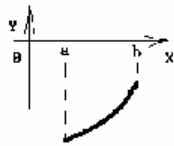
График какой функции на всем отрезке  $[a; b]$  одновременно удовлетворяет двум условиям  $y < 0$  и  $y' < 0$ ?



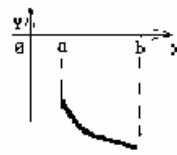
а



б



в



г

все графики

только г)

только в) и г)

только б)

Полный дифференциал функции  $z = f(x, y)$  вычисляется по формуле

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}$$

$$dz = dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + dy$$

Совокупность всех первообразных для функции  $f(x)$  на промежутке называется

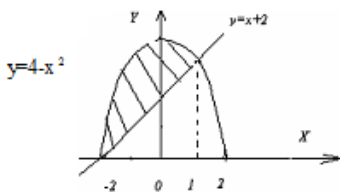
определенным интегралом

неопределенным интегралом

производной

несобственным интегралом

Площадь заштрихованной части фигуры, изображенной на чертеже, вычисляется как...



$$\int_{-2}^1 (4 - x^2) dx - \int_{-2}^1 (x + 2) dx$$

$$\int_{-2}^2 (4 - x^2) dx - \int_{-2}^2 (x + 2) dx$$

$$\int_{-2}^2 (4 - x^2) dx - \int_{-2}^1 (x + 2) dx$$

$$\int_{-2}^1 (4 - x^2) dx - \int_{-2}^2 (x + 2) dx$$

Если  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty$ , то  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{f(x)}$  равен

0

$\infty$

1

не существует

При  $x \rightarrow 0$  укажите все верные утверждения

$\sin x \sim x$

$\sin(x-1) \sim (x-1)$

$\sin(x+1) \sim (x+1)$

$\sin\left(\frac{1}{x}\right) \sim \left(\frac{1}{x}\right)$

Первая производная функции показывает

скорость изменения функции

направление функции

приращение функции

приращение аргумента функции

Функция  $y = x^3 + x \dots$

возрастает на  $(-\infty, 0)$ , убывает на  $(0, +\infty)$

убывает на  $(-\infty, 0)$ , возрастает на  $(0, +\infty)$

всюду убывает

всюду возрастает

Укажите тип дифференциального уравнения  $(2x + 1)y' + y = x$

с разделяющимися переменными

однородное

линейное

в полных дифференциалах

Среди перечисленных дифференциальных уравнений укажите уравнение с разделяющимися переменными

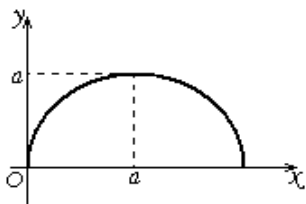
$$2xyy' - y^2 + x = 0$$

$$y' + y \cos x = 0$$

$$(1 - x)(y' + y) = e^{-x}$$

$$xy'' = y'$$

Воспользовавшись рисунком найти  $\int_0^{2a} f(x) dx$ :



$$2\pi a^2$$

$$\pi a^2$$

$$\frac{1}{4}\pi a^2$$

$$\frac{1}{2}\pi a^2$$

*Производная суммы функций равна:*

нулю

сумме единиц

аргументу

сумме производных функций

*Геометрический смысл определённого интеграла:*

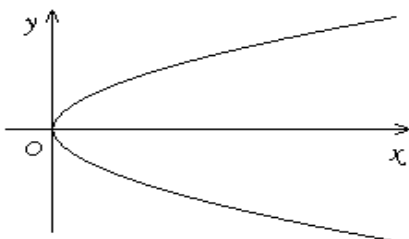
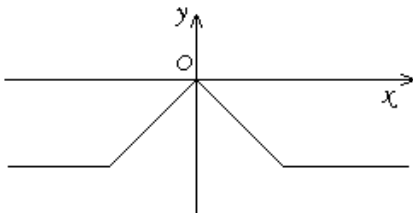
равен ускорению прямолинейного движения точки

равен угловому коэффициенту касательной к графику функции

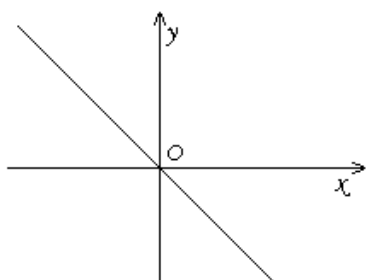
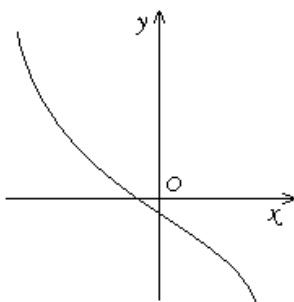
равен площади криволинейной трапеции

равен приращению ординаты касательной к графику функции в этой точке, когда  $x$  получит приращение  $\Delta x$

*На каком из следующих рисунков изображён график чётной функции?*







Функция  $y = (x - 2) \cdot e^x$  является решением дифференциального уравнения:

$$2y' - y = e^x$$

$$y - 2y' = e^x$$

$$y' - y = e^x$$

$$y' + y = e^x$$

### ОС №7 Вопросы к экзамену по дисциплине «Основы высшей математики»

#### Часть 1

1. Понятие определителя. Определители второго, третьего и высших порядков.
2. Свойства определителей.
3. Миноры, алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам строки и столбца.
4. Понятие матрицы. Виды матриц.
5. Операции над матрицами: сложение и вычитание матриц, умножение матрицы на число, транспонирование матриц, умножение матриц, возведение матриц в степень.
6. Понятие обратной матрицы. Алгоритм вычисления обратной матрицы.
7. Понятие ранга матрицы. Теорема о ранге матрицы.
8. Понятие системы линейных уравнений. Матричная форма записи системы уравнений. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений.
9. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
10. Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы.
11. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
12. Метод полного исключения неизвестных Жордана-Гаусса.
13. Понятие вектора. Координаты вектора. Действия над векторами.

14. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов.
15. Прямоугольная система координат на плоскости. Уравнение линии.
16. Различные виды уравнений прямой на плоскости.
17. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой.
18. Кривые второго порядка.
19. Различные уравнения плоскости.
20. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
21. Различные уравнения прямой в пространстве.
22. Взаимное расположение прямой и плоскости.
23. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
24. Поверхности второго порядка.
25. Числовые функции и способы их задания. Свойства функций
26. Основные элементарные функции (постоянная, степенная, показательная, логарифмическая) и их графики.
27. Предел функции одной переменной. Односторонние и двусторонние пределы.
28. Бесконечно малые (бесконечно большие) величины и их связь с пределами функций.
29. Свойства операции предельного перехода. Предельный переход в сложной функции.
30. Первый и второй замечательные пределы.
31. Непрерывность функции в точке и на множестве. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва и их классификация.
32. Понятие производной функции одной переменной. Геометрическая и экономическая интерпретации производной.
33. Уравнение касательной. Понятие о предельной полезности продукта и предельной производительности ресурса. Понятие об эластичности функции.
34. Понятие дифференцируемой функции. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Связь непрерывности и дифференцируемости функции одной переменной.
35. Производная суммы, произведения, частного, сложной и обратной функции. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
36. Производные основных элементарных функций.
37. Понятие дифференциала функции одной переменной. Геометрическая интерпретация дифференциала. Свойства дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала.
38. Производные и дифференциалы высших порядков функции одной переменной и их свойства.
39. Понятие об экстремумах функции одной переменной. Локальный экстремум (внутренний и граничный) функции одной переменной. Необходимое условие внутреннего локального экстремума (теорема Ферма).
40. Правило Лопиталю.
41. Формулы Тейлора и Маклорена и их использование для представления и приближенного вычисления значений функций.
42. Достаточное условие строгого возрастания (убывания) функции на интервале. Достаточные условия локального экстремума функции одной переменной.
43. Выпуклые (вогнутые) функции одной переменной. Необходимое и достаточное условие выпуклости (вогнутости). Точка перегиба. Необходимое и достаточное условия точки перегиба.
44. Вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты графика функции одной переменной.
45. Исследование функции одной переменной с использованием первой и второй производных и построение ее графика.
46. Функции двух переменных. Понятие о множестве (линии) уровня функции двух переменных. Карта множеств уровня функции двух переменных, взаимное расположение линии уровня функции двух переменных.
47. Предел функции нескольких переменных. Арифметические операции над функциями, имеющими конечные предельные значения. Предел функции по направлению.
48. Непрерывность функции нескольких переменных в точке и на множестве. Точки непрерывности и точки разрыва функции. Непрерывность функции в точке и по направлению.
49. Арифметические операции над непрерывными функциями.

50. Понятие о сложной функции. Непрерывность сложной функции.
51. Частные производные и частные дифференциалы. Геометрическая и экономическая интерпретация частных производных.
52. Дифференцируемость ФНП. Главная линейная часть приращения ФНП. Полный дифференциал ФНП. Достаточное условие дифференцируемости ФНП.
53. Частные производные и дифференциалы порядка выше первого. Теорема о равенстве смешанных частных производных.
54. Формула Тейлора для функций нескольких переменных.

## **Часть 2.**

1. Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
2. Интегралы от основных элементарных функций.
3. Метод замены переменной. Метод интегрирования по частям.
4. Интегрирование простейших рациональных дробей.
5. Интегрирование некоторых видов иррациональностей.
6. Интегрирование тригонометрических функций.
7. Понятие определенного интеграла, его геометрический смысл.
8. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
9. Замена переменной и формула интегрирования по частям в определенном интеграле.
10. Геометрические приложения определенного интеграла.
11. Несобственные интегралы. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов. Признаки сходимости.
12. Понятие о числовых рядах. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Необходимое условие сходимости ряда.
13. Признаки сходимости для знакопостоянных и знакопеременных рядов. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов.
14. Функциональные ряды. Сходимость и равномерная сходимость функционального ряда.
15. Непрерывность суммы функционального ряда, почленное дифференцирование и интегрирование функциональных рядов.
16. Степенные ряды. Промежуток и радиус сходимости степенного ряда. Формула для вычисления радиуса сходимости.
17. Понятие ряда Тейлора и аналитической функции. Приближенные вычисления с помощью рядов Тейлора.
18. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема Коши. Общее и частное решение.
19. Дифференциальные уравнения первого порядка. Геометрический смысл решения.
20. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
21. Однородные дифференциальные уравнения.
22. Линейные дифференциальные уравнения.
23. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие снижение порядка.
24. Применение дифференциальных уравнений в экономических исследованиях.
25. Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия.
26. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков.

### **Методические материалы, определяющие процедуру оценивая знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Результатом проверки компетенций на разных этапах формирования, полученных студентом в ходе освоения данной дисциплины, является оценка, выставляемая в соответствии со следующими критериями:

#### ***1. Критерии оценивания качества устного ответа***

**Оценка «5» (отлично)** выставляется, если обучающийся показывает всесторонние и глубокие

знания программного материала, знание основной и дополнительной литературы; последовательно и четко отвечает на вопросы билета и дополнительные вопросы; уверенно ориентируется в проблемных ситуациях; демонстрирует способность применять теоретические знания для анализа практических ситуаций, делать правильные выводы, проявляет творческие способности в понимании, изложении и использовании программного материала; подтверждает полное освоение компетенций, предусмотренных программой.

**Оценка «4» (хорошо)** выставляется, если обучающийся показывает полное знание программного материала, основной и дополнительной литературы; дает полные ответы на теоретические вопросы, допуская некоторые неточности; правильно применяет теоретические положения к оценке практических ситуаций; демонстрирует хороший уровень освоения материала и в целом подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

**Оценка «3» (удовлетворительно)** выставляется, если обучающийся показывает знание основного материала в объеме, необходимом для предстоящей профессиональной деятельности; при ответе на вопросы не допускает грубых ошибок, но испытывает затруднения в последовательности их изложения; не в полной мере демонстрирует способность применять теоретические знания для анализа практических ситуаций, подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой на минимально допустимом уровне.

**Оценка «2» (неудовлетворительно)** выставляется, если обучающийся имеет существенные пробелы в знаниях основного учебного материала по разделу; не способен аргументированно и последовательно его излагать, допускает грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на задаваемые преподавателем вопросы или затрудняется с ответом; не подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

## ***2. Критерии оценивания качества выполнения разноуровневых задач и заданий***

**Оценка «отлично»** выставляется, если обучающийся показывает полное знание программного материала; демонстрирует способность применять теоретические знания для анализа практических ситуаций, делать правильные выводы; выполнил все задания и задачи полностью без ошибок и недочетов; подтверждает полное освоение компетенций, предусмотренных программой.

**Оценка «хорошо»** выставляется, если обучающийся показывает полное знание программного материала; правильно применяет теоретические положения к оценке практических ситуаций; выполнил все задания и задачи полностью, но при наличии в их решении не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов; демонстрирует хороший уровень освоения материала и в целом подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

**Оценка «удовлетворительно»** выставляется, если обучающийся показывает знание основного материала в объеме, необходимом для предстоящей профессиональной деятельности; не в полной мере демонстрирует способность применять теоретические знания для анализа практических ситуаций; выполнил не менее 2/3 всех предложенных заданий и задач или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой ошибки и трех недочетов, при наличии четырех-пяти недочетов; подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой на минимально допустимом уровне.

**Оценка «неудовлетворительно»** выставляется, если обучающийся имеет существенные пробелы в знаниях основного учебного материала по дисциплине; если число ошибок и недочетов в работе превысило норму для оценки 3 или обучающийся выполнил правильно менее 2/3 всех заданий и задач; не подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

## ***3. Критерии оценивания качества выполнения контрольной работы***

**Оценка «отлично»** выставляется, если обучающийся показывает полное знание программного материала; демонстрирует способность применять теоретические знания для анализа практических ситуаций, делать правильные выводы; выполнил все задания и задачи полностью без ошибок и

недочетов; строго соблюдает требования при оформлении работы; подтверждает полное освоение компетенций, предусмотренных программой.

**Оценка «хорошо» выставляется**, если обучающийся показывает полное знание программного материала; правильно применяет теоретические положения к оценке практических ситуаций; выполнил все задания и задачи полностью, но при наличии в их решении не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов; строго соблюдает требования при оформлении работы; демонстрирует хороший уровень освоения материала и в целом подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

**Оценка «удовлетворительно» выставляется**, если обучающийся показывает знание основного материала в объеме, необходимом для предстоящей профессиональной деятельности; не в полной мере демонстрирует способность применять теоретические знания для анализа практических ситуаций; выполнил не менее 2/3 всех предложенных заданий и задач или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой ошибки и трех недочетов, при наличии четырех-пяти недочетов; допускает незначительные ошибки при оформлении работы; подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой на минимально допустимом уровне.

**Оценка «неудовлетворительно» выставляется**, если обучающийся имеет существенные пробелы в знаниях основного учебного материала по дисциплине; если число ошибок и недочетов в работе превысило норму для оценки 3 или обучающийся выполнил правильно менее 2/3 всех заданий и задач; допускает грубые ошибки при оформлении работы; не подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

#### 4. Критерии оценки качества подготовки эссе

**Оценка «отлично» выставляется обучающемуся**, если

*Содержание и позиция:*

- четкий тезис или ясное изложение позиции последовательно обосновывается;
- представлен взвешенный аргумент и поддерживающая его информация;
- затрагиваются все важные вопросы;
- дается анализ и убедительные выводы;
- нет концептуальных ошибок.

*Полнота:*

- равно уделяется внимание всем разделам темы;
- в случае необходимости анализируются и подытоживаются различные точки зрения.

*Доказательство:*

- представляется необходимая и точная историческая и/или юридическая, и/или конституционная информация;
- проблема рассматривается глубоко;
- используется дополнительная относящаяся к делу информация.

*Изложение:*

- хорошо организованное эссе;
- эффективный стиль написания усиливает ответ;
- используется ясный, точный и/или живой язык.

Обучающийся подтверждает полное освоение компетенций, предусмотренных программой.

**Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся**, если

*Содержание и позиция:*

- четкий тезис или ясное изложение позиции последовательно обосновывается;
- представлены убедительные аргументы;
- затрагиваются большинство важных вопросов;
- дается анализ и убедительные выводы.

*Полнота:*

- внимание всем разделам темы уделено несоразмерно;
- в случае необходимости анализ различных точек зрения отсутствует.

*Доказательство:*

- в основном представляется необходимая и точная информация;
- проблема рассматривается не достаточно глубоко;
- используется дополнительная относящаяся к делу информация.

*Изложение:*

- хорошо организованное эссе;
  - используется ясный, точный и/или живой язык.
- Обучающийся в целом подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

**Оценка «удовлетворительно»** выставляется обучающемуся, если

*Содержание и позиция:*

- не дается контекста или не излагается определенная позиция.

*Полнота:*

- документы лишь упоминаются или приводятся выдержки из документов.

*Доказательство:*

- большая часть используемой информации неточна, проблема не понята.

*Изложение:*

- нет организации; механические ошибки серьезно затрудняют понимание.

Обучающийся подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой на минимально допустимом уровне.

**Оценка «неудовлетворительно»** выставляется обучающемуся, если

*Содержание и позиция:*

- эссе не соответствует теме;
- тема раскрыта поверхностно.

*Полнота:*

- излишние повторения;
- плагиат.

*Доказательство:*

- аргументы разбросаны, непоследовательны;
- много сомнительных или неточных фактов;
- недостаточное использование ключевых понятий (концепций).

*Изложение:*

- нет организации; механические ошибки серьезно затрудняют понимание;
- неопрятная и трудно читаемая работа.

Обучающийся не подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

## 5. Критерии оценивания качества подготовки групповых творческих проектов

Оценка отдельных параметров:

- 2 – данный параметр представлен в проекте в оптимальном объеме
- 1 – недостаточно представлен в проекте
- 0 – не представлен в проекте

	Максимальная оценка по критерию оценивания	Ваша оценка
<i>Содержательность проекта</i>		
1. В проекте дан ответ на проблемный вопрос	2	
2. Порядок исследования и его результаты представлены полно и логично	2	
3. Формулы и уравнения приведены с комментариями	2	
4. Использование в проекте таблиц, графиков, диаграмм	2	
<i>Защита проекта</i>		
1. Знание основных формул и определений по теме исследования	2	
2. Рассказ о содержании проекта и работе над ней логичный, связный, интересный	2	
3. На дополнительные вопросы по теме исследования даны		

развёрнутые, правильные ответы	2	
<i>Грамотность и работа с различными источниками информации</i>		
1. В проекте использована информация из различных источников	2	
2. Грамотность, отсутствие ошибок	2	
3. В проекте указаны источники информации	2	
4. Творческий подход к подборке и оформлению материалов	2	
<i>Дизайн проекта</i>		
1. Доступность изложенного материала	2	
2. Эффективность использования пространства проекта	2	
3. Применение иллюстративного материала (необходимость и достаточность)	2	

*Порядок перевода рейтинговой оценки в традиционную школьную оценку:*

При получении суммарной оценки 26 – 28 баллов выставляется оценка – 5;

При получении суммарной оценки 22 – 25 баллов выставляется оценка – 4;

При получении суммарной оценки 16 – 21 балл выставляется оценка – 3;

При получении суммарной оценки менее 16 баллов предлагается доработать публикацию для повторной защиты.

## 6. Критерии оценивания тестирования

При тестировании все верные ответы берутся за 100%. Оценка выставляется в соответствии с таблицей:

<i>Процент выполнения заданий</i>	<i>Оценка</i>
90%-100%	<b>отлично</b>
75%-90%	<b>хорошо</b>
60%-75%	<b>удовлетворительно</b>
менее 60%	<b>неудовлетворительно</b>

## 7. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговый контроль – экзамен в конце курса.

Текущий контроль – итоговая индивидуальная контрольная работа (проводится во внеаудиторное время); домашние задания по каждому разделу, решение разноуровневых заданий и задач; подготовку эссе; подготовку творческого группового проекта.

Студенты, не выполнившие контрольную работу, к экзамену не допускаются, в экзаменационную ведомость проставляется оценка неудовлетворительно.

Студенты, посетившие менее 80 % аудиторных занятий, выполняют на экзамене дополнительную письменную контрольную работу.

Все формы контроля оцениваются по пятибалльной шкале.

Экзаменационная оценка выставляется по следующим критериям:

**Оценка «отлично»** выставляется за глубокое знание предусмотренного программой материала, содержащегося в основных и дополнительных рекомендованных литературных источниках, за умение четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы, за умение анализировать изучаемые явления в их взаимосвязи и диалектическом развитии, применять теоретические положения при решении практических задач; обучающийся подтверждает полное освоение компетенций, предусмотренных программой.

**Оценка «хорошо»** выставляется за твердое знание основного (программного) материала, включая расчеты (при необходимости), за грамотные, без существенных неточностей ответы на поставленные

вопросы, за умение применять теоретические положения для решения практических задач; обучающийся демонстрирует хороший уровень освоения материала и в целом подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

**Оценка «удовлетворительно»** выставляется за общее знание только основного материала, за ответы, содержащие неточности или слабо аргументированные, с нарушением последовательности изложения материала, за слабое применение теоретических положений при решении практических задач; обучающийся подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой на минимально допустимом уровне.

**Оценка «неудовлетворительно»** выставляется за незнание значительной части программного материала, за существенные ошибки в ответах на вопросы, за неумение ориентироваться в расчетах, за незнание основных понятий дисциплины; не подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

Для получения *результатирующей оценки* итогового контроля используются следующие весовые множители:

- $Q_1$  – оценка за контрольную работу – 25% итоговой оценки
  - $Q_2$  – оценка за активность в течении изучения дисциплины – 15% итоговой оценки
  - $Q_3$  – оценки за домашние задания – 20% итоговой оценки
  - $Q_4$  – экзаменационная оценка – 40% итоговой оценки, с округлением результата до целых единиц.
- Итоговая оценка  $Q = 0,25 Q_1 + 0,15 Q_2 + 0,2 Q_3 + 0,4 Q_4$ .

Экзаменационная оценка, в свою очередь, складывается из трех составляющих со следующими весовыми множителями:

- $G_1$  – за практическое задание – 50 % экзаменационной оценки;
- $G_2$  – за первый теоретический вопрос – 25 % экзаменационной оценки;
- $G_3$  – за второй теоретический вопрос – 25 % экзаменационной оценки;

Экзаменационная оценка  $Q_4 = 0,5 G_1 + 0,25 G_2 + 0,25 G_3$ .

Полученный после округления этой величины до целого значения результат и *выставляется* как *результатирующая оценка* по пятибалльной шкале по учебной дисциплине «Основы высшей математики» в экзаменационную ведомость.

Учебное издание

**Рабочая программа дисциплины  
«Основы высшей математики»  
по направлению подготовки  
38.03.01 Экономика  
Квалификация (степень)  
«Бакалавр»  
(очная и заочная формы обучения)**



Составитель –  
**Смирнова Ирина Георгиевна**

Подписано в печать 30.08.2017.  
Формат 60 × 84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Усл. печ. л. 4,9. Уч.-изд. л. 3,0.  
Тираж 500 экз. Заказ № 9.

---

ЧОУ ВО «Институт управления»  
163060, г. Архангельск, ул. Урицкого, 43.  
Тел. / факс 237409, тел. 238127  
e-mail: rio@miuarh.ru

---

Отпечатано с оригинал-макета  
в ЦИТ ЧОУ ВО «Институт управления»  
163060, г. Архангельск, ул. Урицкого, 43